

## Комбинаторика-1.

**Определение 1.** Число способов переставить  $n$  элементов обозначается  $P_n = n!$

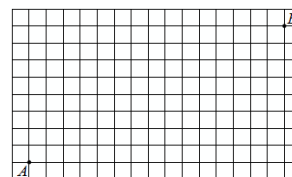
**Определение 2.** Пусть имеется  $n$  различных объектов. Будем выбирать из них  $m$  объектов, учитывая их порядок. Получившиеся комбинации называются размещениями из  $n$  объектов по  $m$ . Число размещений

из  $n$  по  $m$  обозначается  $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$ .

**Определение 3.** Пусть имеется  $n$  различных объектов. Будем выбирать из них  $k$  объектов все возможными способами, не учитывая их порядок. Получившиеся комбинации называются сочетаниями из  $n$  объектов

по  $k$ . Число сочетаний из  $n$  по  $k$  —  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ .

1. а) Номера машин состоят из 3 различных букв русского алфавита (33 буквы) и 4 разных цифр. Сколько существует различных номеров автомашин?  
б) У студентов 9 дисциплин. Учебная часть объявила, что в понедельник будет три пары и все будут разными. Сколькими способами можно составить расписание понедельника?
2. а) Чемпионат России по шахматам проводится в один круг. Сколько играется партий, если участвуют 18 шахматистов?  
б) У одного школьника есть 6 книг по математике, а у другого – 8. Сколькими способами они могут обменять три книги одного на три книги другого?
3. На танцплощадке собрались  $N$  юношей и  $N$  девушек. Сколькими способами они могут разбиться на пары для участия в очередном танце?
4. Сколькими способами можно посадить 20 человек за круглым столом, считая способы одинаковыми, если их можно получить один из другого движением по кругу?
5. В 7М классе учатся 26 человек. Сколькими способами их можно выстроить в ряд при условии, что  
а) Ваня и Женя должны обязательно стоять рядом;  
б) Ваня и Женя ни в коем случае не должны стоять рядом.
6. Анаграммой называется произвольное слово, полученное из данного слова перестановкой букв. Сколько анаграмм можно составить из слов:  
а) "биссектриса"; б) "абракадабра"?
7. а) На новый год дети в детском саду нарядились в одинаковые костюмы, мальчики – пиратами, а девочки – принцессами. Воспитательница знает, что в ее группе 15 мальчиков и 15 девочек. Сколькими способами она может их посадить в ряд из 30 мест, чтобы дед мороз вручил им подарки?  
б) У Васи есть координатная плоскость. Изначально Васина ручка стоит в точке (0,0). Вася делает одну из таких операций каждый раз:  
1) прибавляет к каждой координате 1 2) прибавляет к первой 1, а у второй отнимает 1. Сколькими способами он может попасть в точку (2n,0)?
8. а) На плоскости дано  $n$  точек. Сколько имеется отрезков с концами в этих точках?  
б) На плоскости отмечено 10 точек так, что никакие три из них не лежат на одной прямой. Сколько существует треугольников с вершинами в этих точках?  
в) На плоскости дано  $n$  прямых таких, что никакие две не параллельны и никакие три не проходят через одну точку. Чему равно число образованных ими треугольников?
9. На двух параллельных прямых  $a$  и  $b$  выбраны точки  $A_1, A_2, \dots, A_m$  и  $B_1, B_2, \dots, B_n$  соответственно и проведены все отрезки вида  $A_i B_j$  ( $1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$ ). Сколько будет точек пересечения, если известно, что никакие три из этих отрезков в одной точке не пересекаются?
10. а) Вася хочет нарисовать лесенку из точки  $A$  в точку  $B$  ( $B$  точке  $A$  должна быть расположена первая ступенька). Он решил, что каждая ступенька будет высоты 1, а ширина будет целым числом. Сколькими способами он может это сделать?  
б) На клетчатой бумаге нарисован прямоугольник, стороны  $a$  и  $b$  ( $a, b$  – целые) которого идут по линиям сетки. Найдите количество способов добраться из левого нижнего угла прямоугольника в правый верхний угол, если можно двигаться только по линиям сетки, причем только вправо и вверх.



**Домашнее задание.**

*Кружок 1568. 8 класс.*

*11 занятие.*

11. Сколькими способами можно выбрать из полной колоды (52 карты) 10 карт так, чтобы  
а) среди них был ровно один туз? б) среди них был хотя бы один туз?
12. Сколько различных делителей у числа  
а) 62? б) 63? в) 96? г)  $n$ ?

$$n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} p_3^{\alpha_3} \cdot \dots \cdot p_k^{\alpha_k}$$