

**Делимость. Добавка.**

1. Докажите, что следующие дроби несократимы при всех натуральных значениях  $n$ :  
а)  $\frac{2n + 13}{n + 7}$ ; б)  $\frac{2n^2 - 1}{n + 1}$ ; в)  $\frac{n^2 - n + 1}{n^2 + 1}$ .
2. Докажите, что равенство  $(a, mn) = 1$  равносильно выполнению двух условий  $(a, m) = 1$  и  $(a, n) = 1$ .
3.  $a$  и  $b$  – натуральные числа. Известно, что  $a^2 + b^2$  делится на  $ab$ . Докажите, что  $a = b$ .
4. Числа от 1 до 10 разбили на две группы по 5 чисел так, что произведение чисел в одной группе делится на произведение чисел во второй. Какое наименьшее значение может быть у частного?
5. Можно ли вместо звездочек вставить в выражение  $\text{НОК}(*, *, *) - \text{НОК}(*, *, *) = 2017$  некоторым образом 6 последовательных натуральных чисел, чтобы выражение осталось верным?
6. Может ли НОК а) двух б) трех чисел равняться их сумме?  
в) Наименьшее кратное сколько чисел может равняться их сумме?