

Равенство треугольников.

1. В океане расположено три острова А, В и С, причём расстояния от А до В и от В до С — по 50 км, а от А до С — 70 км. Одновременно из А в С отправилась яхта, а из С в В — катер, оба со скоростью 10 км/ч. Через два часа яхта села на мель и стала подавать сигнал бедствия. Катер тут же изменил курс, увеличил скорость вдвое и последовал к яхте. С острова В к яхте отправилась спасательная лодка со скоростью 20 км/ч. Докажите, что лодка и катер придут к яхте одновременно.
2. а) На сторонах АВ, ВС и СА равностороннего треугольника АВС отложены равные отрезки AD, BE и CF. Точки D, E и F соединены отрезками. Докажите, что треугольник DEF – равносторонний.
б) Стороны ВА, АС и СВ равностороннего треугольника продолжены соответственно за точки А, С и В, и на продолжениях отложены равные отрезки AD, CE и BF. Докажите, что треугольник DEF – равносторонний.
3. Квадрат ABCD со стороной 2 и квадрат DEFK со стороной 1 стоят рядом на верхней стороне АК квадрата AKLM со стороной 3. Между парами точек А и E, В и F, С и K, D и L натянуты паутинки. Паук поднимается снизу вверх по маршруту AEFB и спускается по маршруту CKDL. Какой маршрут короче?
4. В выпуклом четырехугольнике ABCD стороны АВ и CD равны. Кроме того, внутри него существует такая точка О, что АО=OD и ВО=СО. Докажите, что диагонали четырехугольника равны.
5. В выпуклом четырёхугольнике ABCD $AB = BC$. Лучи BA и CD пересекаются в точке E, а лучи AD и BC – в точке F. Известно также, что $BE = BF$ и $\angle DEF = 25^\circ$. Найдите угол EFD.
6. В треугольнике ABC проведена биссектриса BL. Известно, что $BL = AB$. На продолжении BL за точку L выбрана точка K, причём $\angle BAK + \angle BAL = 180^\circ$. Докажите, что $BK = BC$.
7. На сторонах АВ и ВС треугольника ABC выбраны точки K и M соответственно так, что $KM \parallel AC$. Отрезки AM и KC пересекаются в точке O. Известно, что $AK = AO$ и $KM = MC$. Докажите, что $AM = KB$.
8. Точка M взята на стороне AC равностороннего треугольника ABC, а на продолжении стороны BC за точку C отмечена точка N, причём $BM = MN$. Докажите, что $AM = CN$.
9. Два треугольника ABC и A'B'C' таковы что $AB = A'B'$, $BC = B'C'$, и угол А равен углу А'. Докажите, что они либо равны, либо $C + C' = 180^\circ$

Домашнее задание

10. Приведите пример треугольников, которые подходят под условие 9 задачи, но не равны.
11. В M-образной ломаной ABCDE $AB = BC = CD = DE$, $\angle ABC = \angle CDE$, точка M — середи- на BD. Докажите, что $MA = ME$