Неравенство треугольника.

- *Каждая сторона меньше суммы двух других сторон.*
- *В треугольнике против большей стороны лежит больший угол и обратно, против большего угла лежит большая сторона.*

1. а) В треугольнике ABC выбрали на стороне BC точку D. Докажите, что периметр треугольника ADC меньше периметра треугольника ABC.
   б) Внутри треугольника ABC выбрали точку D. Докажите, что периметр треугольника ADC меньше периметра треугольника ABC.
2. а)Внутри треугольника ABC периметра P взята точка O. Докажите, что $0.5P<AO+BO+OC$
   б)Внутри треугольника ABC периметра P взята точка O. Пользуясь задачей 1, докажите, что $AO+BO+OC<P$
3. Докажите, что сумма длин диагоналей выпуклого четырехугольника больше полупериметра, но меньше периметра.
4. Пусть AM- медиана треугольника ABC. Докажите, что
   а)$2AM>AB+AC-BC$ б)$AB+AC>2AM$
5. На биссектрисе внешнего угла $\angle ACB$ отметили точку D. Докажите, что $AD+BD>AC+BC$.
6. Точка D вне треугольника ABC такова, что $BD=CD$ и $\angle ABD+\angle ACD=180^o$. Докажите, что $AB+AC<2AD$.
7. BL — биссектриса треугольника ABC такого, что $\angle C = 3\angle A$. На стороне AB отмечена точка M, а на стороне AC — точка N такие, что $\angle AML = \angle ANM = 90^o$ Докажите, что $BM + 2MN > BL + LM$.
8. а) Докажите, что медиана прямоугольного треугольника равна половине гипотенузы.
   б) Докажите, что медиана AD треугольника ABC больше половины BC, если угол $\angle BAC$ острый и меньше половины BC, если $\angle BAC$– тупой
9. *В выпуклом четырехугольнике ABCD точка M — середина стороны BC. Оказалось, что $\angle AMD = 60^o$. Точка K лежит в треугольнике CMD и симметрична точке B относительно прямой AM. Докажите, что $KD + MC > CD$.

Домашнее задание.

1. Дан равнобедренный треугольник ABC ($AB = BC$). На стороне AC выбрана точка M, а на продолжении этой же стороны за точку C выбрана точка N такая, что $AM = CN$. Докажите, что $BM + BN > BA + BC$.
2. Докажите, что точка пересечения диагоналей выпуклого четырехугольника является точкой, сумма расстояний от которой до вершин минимальна, то есть если O- точка пересечения диагоналей ABCD, а E- любая другая точка внутри ABCD, то $AO+BO+CO+DO<AE+BE+CE+DE$.