

Медиана, проведенная к гипотенузе.

Медиана, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника, равна половине гипотенузы, и наоборот, если медиана равна половине стороны, к которой проведена, то треугольник прямоугольный.

- а) Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C и такая точка M на AB , что $AM=MC$. Докажите, что тогда M — середина гипотенузы AB .
б) В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C проведена высота CH . На катете BC выбрана точка D так, что $\angle DAC = \angle DBA$. Докажите, что CH делит AD пополам.
- В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C проведена высота CH . Известно, что $CH=1$ и $\angle B=15^\circ$. Найдите AB .
- В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) проведена средняя линия MN (делит боковые стороны пополам и параллельна основанию) и биссектриса BF угла ABC . BF пересекает MN в точке P . Найдите $\angle APB$.
- В равнобедренном треугольнике ABC с основанием BC проведена биссектриса BD , на продолжении BC выбрана точка E так что $\angle EDB$ — прямой. Найдите BE , если $CD=1$.
- В треугольнике ABC проведены медианы AA_1 , BB_1 , CC_1 и высоты AA_2 , BB_2 , CC_2 . Докажите, что длина ломаной $A_1B_2C_1A_2B_1C_2A_1$ равна периметру треугольника ABC .
- $ABCD$ и $AEDF$ — прямоугольники, прямая DE делит сторону BC пополам. Докажите, что треугольник ABE — равнобедренный.
- На плоскости даны треугольник ABC и такие точки D и E , что $\angle ADB = \angle BEC = 90^\circ$. Докажите, что длина отрезка DE не превосходит полупериметра треугольника ABC .
- На медиане AM треугольника ABC нашлась такая точка K , что $AK = BM$. Кроме того, $\angle AMC = 60^\circ$. Докажите, что $AC = BK$.
- Меньший катет AC прямоугольного треугольника ABC равен b . На гипотенузе AB выбрана точка D такая, что $BD = BC$. На катете BC взята такая точка E , что $DE = BE = m$. Найдите периметр четырехугольника $ADEC$.

Домашнее задание

- На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC выбрана такая точка K , что $CK = AC$. Отрезок CK пересекает биссектрису BL в её середине. Найдите углы треугольника ABC .
- В остроугольном треугольнике ABC проведены медиана AM и высота BH . Известно, что $2\angle MAC = \angle MCA$ и $AH=1$. Найдите сторону BC .