

Комбинаторика-2. Перестановки, размещения, сочетания.

Определение 1. Число способов переставить n элементов обозначается $P_n = n!$

Определение 2. Пусть имеется n различных объектов. Будем выбирать из них m объектов, учитывая их порядок. Получившиеся комбинации называются размещениями из n объектов по m . Число

размещений из n по m обозначается $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$.

Определение 3. Пусть имеется n различных объектов. Будем выбирать из них k объектов все возможными способами, не учитывая их порядок. Получившиеся комбинации называются

сочетаниями из n объектов по k . Число сочетаний из n по k — $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

- Номера машин состоят из 3 различных букв русского алфавита (33 буквы) и 4 разных цифр. Сколько существует различных номеров автомашин?
 - У студентов 9 дисциплин. Учебная часть объявила, что в понедельник будет три пары и все будут разными. Сколькими способами можно составить расписание понедельника?
 - Чемпионат России по шахматам проводится в один круг. Сколько играет партий, если участвуют 18 шахматистов?
 - У одного школьника есть 6 книг по математике, а у другого — 8. Сколькими способами они могут обменять три книги одного на три книги другого?
 - Сколькими способами можно усадить 20 человек за круглым столом, считая способы одинаковыми, если их можно получить один из другого движением по кругу?
 - Анаграммой называется произвольное слово, полученное из данного слова перестановкой букв. Сколько анаграмм можно составить из слов:
 - "биссектриса";
 - "абракадабра"?
 - На новый год дети в детском саду нарядились в одинаковые костюмы, мальчики — пиратами, а девочки — принцессами. Воспитательница знает, что в ее группе 15 мальчиков и 15 девочек. Сколькими способами она может их посадить в ряд из 30 мест, чтобы дед мороз вручил им подарки?
 - У Васи есть координатная плоскость. Изначально Васина ручка стоит в точке (0,0). Вася делает одну из таких операций каждый раз:
 - прибавляет к каждой координате 1
 - прибавляет к первой 1, а у второй отнимает 1.
 Сколькими способами он может попасть в точку (2n,0)?
 - На плоскости дано n точек. Сколько имеется отрезков с концами в этих точках?
 - На плоскости отмечено 10 точек так, что никакие три из них не лежат на одной прямой. Сколько существует треугольников с вершинами в этих точках?
 - На плоскости дано n прямых таких, что никакие две не параллельны и никакие три не проходят через одну точку. Чему равно число образованных ими треугольников?
 - На двух параллельных прямых a и b выбраны точки A_1, A_2, \dots, A_m и B_1, B_2, \dots, B_n соответственно и проведены все отрезки вида $A_i B_j$ ($1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$). Сколько будет точек пересечения, если известно, что никакие три из этих отрезков в одной точке не пересекаются?
 - Вася хочет нарисовать лесенку из точки A в точку B (в точке A должна быть расположена первая ступенька). Он решил, что каждая ступенька будет высоты 1, а ширина будет целым числом. Сколькими способами он может это сделать?
 - На клетчатой бумаге нарисован прямоугольник, стороны a и b (a, b — целые) которого идут по линиям сетки. Найдите количество способов добраться из левого нижнего угла прямоугольника в правый верхний угол, если можно двигаться только по линиям сетки, причем только вправо и вверх.
- Домашнее задание.**
- Сколькими способами можно выбрать из полной колоды (52 карты) 10 карт так, чтобы
 - среди них был ровно один туз?
 - среди них был хотя бы один туз?

