

### Делимость-3. Десятичная запись числа.

- а) Найдите числа, равные удвоенной сумме своих цифр;  
б) найдите двузначное число, которое вдвое больше произведения своих цифр.
- а) Сумма цифр  $a$  и  $b$  равна 7. Докажите, что число вида  $\overline{aba}$  делится на 7.  
б) Сумма цифр  $a$  и  $b$  равна 7. Докажите, что число вида  $\overline{aab0b}$  делится на 7.
- Существует ли такое двузначное простое число, что если записать его два раза подряд, то полученное четырехзначное число тоже простое?
- Учитель дал задание заменить в слове МАТЕМАТИКА разные буквы разными цифрами, а одинаковые — одинаковыми так, чтобы полученное число делилось на 137. Костя, у которого тройка по русскому языку, записал слово с ошибкой: МАТЕМАТЕКА. Докажите, что теперь Косте не удастся решить задачу, несмотря на пятерку по математике.
- В примере на сложение цифры заменили буквами (причем разные цифры — разными буквами). Оказалось, что число КРЯКВА + КРЯ + КРЯ делится на 167. Докажите, что тогда число КВАКРЯ + КВА + КВА не делится на 167.
- Признак делимости на  $2^n$  и  $5^n$ : число делится на  $2^n$  и  $5^n$  тогда и только тогда, когда число, составленное из последних  $n$  цифр, делится на  $2^n$  и  $5^n$ . Докажите признак делимости на 4, 8,  $2^n$ ,  $5^n$ .
- Докажите, что число при делении на 3 и 9 дает такой же остаток, что и сумма цифр этого числа.
- Правда ли, что сумма всех четырехзначных чисел, в записи которых нет цифр 0 и 9, делится на 101?

#### Домашняя работа

- а) Сумма цифр  $a$  и  $b$  равна 13. Докажите, что число вида  $\overline{aba}$  делится на 13.  
б) Сумма цифр  $a$  и  $b$  равна 13. Докажите, что число вида  $\overline{aaabbb}$  делится на 13.
- Объясните следующий математический фокус: если взять трехзначное число, записать его два раза подряд, полученное шестизначное число поделить сначала на 7, потом на 11, и еще на 13, то получим изначальное число.