Кружок 1568. 7 класс.
3 занятие.

Четность.

1.Степашка сосчитал сумму 13 чисел и получил 2010, а Филя перемножил эти числа и получил 20112758945. Докажите, что кто-то из них ошибся.

2.Числа от 1 до 20 выписаны в строчку. Игроки по очереди расставляют между ними плюсы и минусы. После того, как все места заполнены, подсчитывается результат. Если он четен, то выигрывает первый игрок, если нечетен, то второй, кто выиграет при правильной игре?

3.Петя написал на доске 50 натуральных чисел. Вася заметил, что сумма любых 49 - нечётна. Какую чётность может иметь сумма всех 50 чисел.

4.На доске написано в строку 2017 натуральных чисел
а) Докажите, что всегда можно стереть одно из них так, чтобы сумма оставшихся была чётной.
б) Всегда ли можно сделать это для 2018 чисел?

5.В классе информатики 9 компьютеров. Двоечник Петя утверждает, что все компьютеры соединены между собой проводами так, что от каждого компьютера отходит ровно три провода. Прав ли он?

6.На чудо-дереве растет 30 апельсинов и 25 бананов. Каждый день садовник снимает с дерева ровно два фрукта. Если он снимает одинаковые фрукты, то на дереве появляется новый банан, а если разные — новый апельсин. В конце концов на дереве останется только один фрукт. Какой?

7. а) На столе лежит 21 монета решкой вверх. За одну операцию разрешается перевернуть любые 20 монет. Можно ли за несколько операций добиться, чтобы все монеты легли орлом вверх?
б) Тот же вопрос, если монет 20, а разрешается переворачивать по 19.

8. На 99 карточках пишут числа 1, 2, ..., 99, перемешивают их, раскладывают чистыми сторонами вверх и снова пишут числа 1, 2, ..., 99. Для каждой карточки складывают два ее числа и 99 полученных сумм перемножают. Докажите, что результат четен.

9.Семь лыжников с номерами 1, 2, . . . , 7 ушли со старта по очереди и прошли дистанцию — каждый со своей постоянной ско- ростью. Оказалось, что каждый лыжник ровно дважды участвовал в обгонах. (В каждом обгоне участвуют ровно два лыжника — тот, кто обгоняет, и тот, кого обгоняют.) По окончании забега должен быть составлен протокол, состоящий из номеров лыжников в порядке финиширования. Докажите, что в забеге с описанными свойствами может получиться не более двух различных протоколов

10.В компании из семи человек любые шесть могут сесть за круглый стол так, что каждые два соседа окажутся знакомыми. Докажите, что и всю компанию можно усадить за круглый стол так, что каждые два соседа окажутся знакомыми