

Бином Ньютона

Бином Ньютона

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^{n-1} a^1 b^{n-1} + C_n^n b^n$$

1. В $(a+b)^{10}$ раскрыли скобки и привели подобные слагаемые. Чему равен коэффициент
а) ab^9 б) a^4b^5 ?
2. Почему равенства $11^2 = 121$ и $11^3 = 1331$ похожи на строчки треугольника Паскаля? Чему равно 11^4 ?
3. Вычислите суммы с помощью бинома Ньютона:
а) $C_5^0 + 2C_5^1 + 2^2C_5^2 + \dots + 2^5C_5^5$.
б) $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n$.
в) $C_n^0 - C_n^1 + \dots + (-1)^n C_n^n$.
г) $2C_n^0 + (2-3)C_n^1 + (2^2+3^2)C_n^2 + (2^3-3^3)C_n^3 + \dots + (2^n+(-3)^n)C_n^n$.
д) $C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + C_n^6 + \dots$.
е) $C_n^0 + 2017C_n^2 + 2017^2C_n^4 + 2017^3C_n^6 + \dots$
4. Докажите, что из n предметов нечётное число предметов можно выбрать 2^{n-1} способами. А сколько способов выбрать четное число предметов.
5. а) Докажите, что если p – простое число и $1 \leq k \leq p-1$, то C_p^k делится на p .
б) Докажите, что $(a+b)^p$ имеет такой же остаток при делении на p , что и $a^p + b^p$.
6. Докажите, что $C_{2n}^n = (C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + \dots + (C_n^n)^2$.
7. При каких натуральных n число $(\sqrt{2}+1)^n - (\sqrt{2}-1)^n$ будет целым?

Домашнее задание

8. Вычислите
а) $C_7^0 + 2C_7^1 + 2^2C_7^2 + \dots + 2^7C_7^7$
б) $C_m^0 + 4C_m^1 + 4^2C_m^2 + \dots + 4^mC_m^m$