

Индукция

1. Изначально на окружности стоит 2 единицы. На каждом шаге между каждыми двумя числами одновременно записывается их сумма. Найдите сумму чисел на окружности после 2017 шагов.
2. Докажите, что в выпуклом n -угольнике, можно провести $n-3$ диагонали не пересекающихся внутри многоугольника.
3. Известно, что $x + \frac{1}{x}$ – целое число. Докажите, что $x^n + \frac{1}{x^n}$ – также целое при любом целом n .
4. Даны два выпуклых многоугольника $A_1A_2A_3A_4\dots A_n$ и $B_1B_2B_3B_4\dots B_n$. Известно, что $A_1A_2 = B_1B_2$, $A_2A_3 = B_2B_3, \dots$, $A_nA_1 = B_nB_1$ и $n-3$ угла одного многоугольника равны соответственным углам другого. Будут ли многоугольники равны?
5. Проведём в выпуклом многоугольнике некоторые диагонали так, что никакие две из них не пересекаются (из одной вершины могут выходить несколько диагоналей). Доказать, что найдутся по крайней мере две вершины многоугольника, из которых не проведено ни одной диагонали.
6. Петя умеет на любом отрезке отмечать точки, которые делят этот отрезок пополам или в отношении $n : (n + 1)$, где n – любое натуральное число. Петя утверждает, что этого достаточно, чтобы на любом отрезке отметить точку, которая делит его в любом заданном рациональном отношении. Прав ли он?
7. Вершины выпуклого многоугольника раскрашены в три цвета так, что каждый цвет присутствует и никакие две соседние вершины не окрашены в один цвет. Докажите, что многоугольник можно разбить диагоналями на треугольники так, чтобы у каждого треугольника вершины были трех разных цветов.

Индукция

1. Изначально на окружности стоит 2 единицы. На каждом шаге между каждыми двумя числами одновременно записывается их сумма. Найдите сумму чисел на окружности после 2017 шагов.
2. Докажите, что в выпуклом n -угольнике, можно провести $n-3$ диагонали не пересекающихся внутри многоугольника.
3. Известно, что $x + \frac{1}{x}$ – целое число. Докажите, что $x^n + \frac{1}{x^n}$ – также целое при любом целом n .
4. Даны два выпуклых многоугольника $A_1A_2A_3A_4\dots A_n$ и $B_1B_2B_3B_4\dots B_n$. Известно, что $A_1A_2 = B_1B_2$, $A_2A_3 = B_2B_3, \dots$, $A_nA_1 = B_nB_1$ и $n-3$ угла одного многоугольника равны соответственным углам другого. Будут ли многоугольники равны?
5. Проведём в выпуклом многоугольнике некоторые диагонали так, что никакие две из них не пересекаются (из одной вершины могут выходить несколько диагоналей). Доказать, что найдутся по крайней мере две вершины многоугольника, из которых не проведено ни одной диагонали.
6. Петя умеет на любом отрезке отмечать точки, которые делят этот отрезок пополам или в отношении $n : (n + 1)$, где n – любое натуральное число. Петя утверждает, что этого достаточно, чтобы на любом отрезке отметить точку, которая делит его в любом заданном рациональном отношении. Прав ли он?
7. Вершины выпуклого многоугольника раскрашены в три цвета так, что каждый цвет присутствует и никакие две соседние вершины не окрашены в один цвет. Докажите, что многоугольник можно разбить диагоналями на треугольники так, чтобы у каждого треугольника вершины были трех разных цветов.