

## Индукция-4.Неравенства

1. При каких натуральных  $n$  верно
  - а)  $2^n > 2n + 1$  ?
  - б)  $2^n > n^2$  ?
  - в)  $2^n > n^3$  ?
2. Докажите для любого натурального  $n > 1$  верно
$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} > \frac{13}{24}$$
3. **Неравенство Бернулли** Докажите для  $a > -1$ ,  $a \neq 0$  и натурального  $n > 1$  верно
$$(1 + a)^n > 1 + an$$
4. Докажите для любого натурального  $n > 1$  верно
$$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} > \sqrt{n}$$
5. Докажите для любого натурального  $n > 1$  верно
$$\frac{4^n}{n+1} < \frac{(2n)!}{(n!)^2}$$
6. Докажите для натурального  $n > 1$  и любых  $a, b$ , для которых верно  $a + b > 0$  и  $a \neq b$  неравенство
$$2^{n-1}(a^n + b^n) > (a + b)^n$$
7. Докажите для любого  $x > 0$  и для любого натурального  $n$ 
$$x^n + x^{n-2} + x^{n-4} + \dots + \frac{1}{x^{n-2}} + \frac{1}{x^n} \geq n + 1$$
8. Докажите для любого натурального  $n$  верно
$$\frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!} < \frac{5n-2}{2n}$$
9. Докажите для натурального  $n > 1$  верно
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{2n-1}{2n} < \frac{1}{\sqrt{3n+1}}$$

## Индукция-4.Неравенства

1. При каких натуральных  $n$  верно
  - а)  $2^n > 2n + 1$  ?
  - б)  $2^n > n^2$  ?
  - в)  $2^n > n^3$  ?
2. Докажите для любого натурального  $n > 1$  верно
$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} > \frac{13}{24}$$
3. **Неравенство Бернулли** Докажите для  $a > -1$ ,  $a \neq 0$  и натурального  $n > 1$  верно
$$(1 + a)^n > 1 + an$$
4. Докажите для любого натурального  $n > 1$  верно
$$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} > \sqrt{n}$$
5. Докажите для любого натурального  $n > 1$  верно
$$\frac{4^n}{n+1} < \frac{(2n)!}{(n!)^2}$$
6. Докажите для натурального  $n > 1$  и любых  $a, b$ , для которых верно  $a + b > 0$  и  $a \neq b$  неравенство
$$2^{n-1}(a^n + b^n) > (a + b)^n$$
7. Докажите для любого  $x > 0$  и для любого натурального  $n$ 
$$x^n + x^{n-2} + x^{n-4} + \dots + \frac{1}{x^{n-2}} + \frac{1}{x^n} \geq n + 1$$
8. Докажите для любого натурального  $n$  верно
$$\frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!} < \frac{5n-2}{2n}$$
9. Докажите для натурального  $n > 1$  верно
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{2n-1}{2n} < \frac{1}{\sqrt{3n+1}}$$