Четность.

1. Не вычисляя сумму $1^2+2^2+3^2+\ldots+2017^2$, выясните, чётна она или нечётна.

2. Можно ли гири массой от 1 до 22 разбить на 2 группы так, чтобы общий вес в них был равным?

3. Отличница Катя пронумеровала все страницы своей 96-листовой тетрадки числами от 1 до 192. После этого хулиган Вася вырвал 25 листов и сказал, что сумма номеров страниц на этих листах равна 2016. Не ошибся ли он?

4. Марьванна написала на доске 11 слагаемых. Докажите, что Вася всегда сможет стереть одно из них так, чтобы сумма оставшихся была чётной. Верно ли это, если Марьванна написала 10 слагаемых?

5. Для игры в снежки Петя приготовил один снежок, стоящий за ним мальчик – 5, а количество снежков у каждого последующего отличалось от предыдущего в 5 раз (но могло быть и в 5 раз меньше). Могло ли так случиться, что в сумме у всех 72 играющих ребят оказалось 2017 снежков?

6. Найдутся ли такие натуральные числа a и b, что $ab(a+b) = 1001100110011001$?

7. Парламент состоит из двух равных по численности палат. На совместном заседании голосовали все, и никто не воздержался при голосовании. Когда спикер объявил, что решение принято большинством в 23 голоса (то есть ЗА на 23 голоса больше, чем ПРОТИВ), оппозиция закричала: «Это обман!» Почему?

8. Есть 12 спичек, длины которых равны 12 первым простым числам (то есть 2, 3, 5 и тд). Можно ли из них всех составить прямоугольник?

9. Вдоль забора растут восемь кустов малины. Число ягод на соседних кустах отличается на единицу. Может ли на всех кустах вместе быть 225 ягод?

10. На каждой клетке главной диагонали доски 10×10 стоят по фишке. Два игрока по очереди двигают одну из фишек на клетку вниз. Игрок, сдвинувший фишку за пределы доски, забирает её себе. Сколько фишек заберёт каждый из игроков при правильной игре обеих сторон?

11. Кузнечик прыгает по прямой. Сначала — на 1 см, потом — на 3 см, потом — на 5 см, потом — на 7 см и т. д. Каждый раз кузнечик как угодно прыгает или влево или вправо. Мог ли после 57 прыжков кузнечик оказаться на том месте, откуда начинал прыгать?

12. На доске написаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6. За ход разрешается прибавить к любым двум из них по одинаковому числу. Может ли после нескольких ходов случиться так, что все числа станут равными?

13. Из набора домино убрали все доминошки с пустышками. Получится ли оставшиеся выложить в ряд, не нарушая правил домино?

14. Можно ли натуральные числа от 1 до 21 разбить на несколько групп так, чтобы в каждой из них максимальное равнялось сумме остальных?

Четность.

1. Не вычисляя сумму $1^2+2^2+3^2+\ldots+2017^2$, выясните, чётна она или нечётна.

2. Можно ли разбить гири массой от 1 до 22 разбить на 2 группы так, чтобы общий вес в них был равным?

3. Отличница Катя пронумеровала все страницы своей 96-листовой тетрадки числами от 1 до 192. После этого хулиган Вася вырвал 25 листов и сказал, что сумма номеров страниц на этих листах равна 2016. Не ошибся ли он?

4. Марьванна написала на доске 11 слагаемых. Докажите, что Вася всегда сможет стереть одно из них так, чтобы сумма оставшихся была чётной. Верно ли это, если Марьванна написала 10 слагаемых?

5. Для игры в снежки Петя приготовил один снежок, стоящий за ним мальчик – 5, а количество снежков у каждого последующего отличалось от предыдущего в 5 раз (но могло быть и в 5 раз меньше). Могло ли так случиться, что в сумме у всех 72 играющих ребят оказалось 2017 снежков?

6. Найдутся ли такие натуральные числа a и b, что $ab(a+b) = 1001100110011001$?

7. Парламент состоит из двух равных по численности палат. На совместном заседании голосовали все, и никто не воздержался при голосовании. Когда спикер объявил, что решение принято большинством в 23 голоса (то есть ЗА на 23 голоса больше, чем ПРОТИВ), оппозиция закричала: «Это обман!» Почему?

8. Есть 12 спичек, длины которых равны 12 первым простым числам (то есть 2, 3, 5 и тд). Можно ли из них всех составить прямоугольник?

9. Вдоль забора растут восемь кустов малины. Число ягод на соседних кустах отличается на единицу. Может ли на всех кустах вместе быть 225 ягод?

10. На каждой клетке главной диагонали доски 10×10 стоят по фишке. Два игрока по очереди двигают одну из фишек на клетку вниз. Игрок, сдвинувший фишку за пределы доски, забирает её себе. Сколько фишек заберёт каждый из игроков при правильной игре обеих сторон?

11. Кузнечик прыгает по прямой. Сначала — на 1 см, потом — на 3 см, потом — на 5 см, потом — на 7 см и т. д. Каждый раз кузнечик как угодно прыгает или влево или вправо. Мог ли после 57 прыжков кузнечик оказаться на том месте, откуда начинал прыгать?

12. На доске написаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6. За ход разрешается прибавить к любым двум из них по одинаковому числу. Может ли после нескольких ходов случиться так, что все числа станут равными?

13. Из набора домино убрали все доминошки с пустышками. Получится ли оставшиеся выложить в ряд, не нарушая правил домино?

14. Можно ли натуральные числа от 1 до 21 разбить на несколько групп так, чтобы в каждой из них максимальное равнялось сумме остальных?