

## Игры: выигрышные позиции.

Рассматриваем игры, в которых невозможны бесконечные партии. Позиция называется *выигрышной*, если игрок, делающий с нее ход, имеет возможность выиграть при любой игре соперника. Иначе позиция называется *проигрышной*.

**Камни.** В куче 25 камней. Игроки берут по очереди 2, 4 или 7 камней. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто из игроков выигрывает при правильной игре?

**Ладья.** Ладья стоит на поле a1 шахматной доски. Разрешается за ход сдвинуть её вправо или вверх. Проигрывает тот, кому некуда ходить. Кто из игроков выигрывает при правильной игре?

**Ладья наоборот.** Та же задача, но тот, кому некуда ходить, выигрывает.

1. В куче лежат  $n$  камней. Играют двое, за ход можно взять 2, 3 или 6 камней. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Для  $n = 1, 2, \dots, 10$  определите, в каких случаях выигрывает первый игрок.

2. Та же задача, но тот, кому некуда ходить, выигрывает.

3. Игра начинается с числа 4. Двое игроков по очереди прибавляют к имеющемуся числу любое, меньшее его, натуральное число. Выигрывает тот, кто получит ровно 100. Кто выигрывает?

4. Из центра шахматной доски вырезан квадрат  $2 \times 2$ . Ладью двигают вправо или вверх. Проигрывает тот, кому некуда ходить. Кто из игроков выигрывает при правильной игре при каждом начальном положении ладьи?

5. Игра начинается с числа 1. За ход можно умножить имеющееся число на любое число от 2 до 9. Выигрывает тот, кто первым получит число, большее 1000. Кто выигрывает при правильной игре?

6. Игра начинается с числа 60. За ход разрешается уменьшить число на любой из его делителей. Проигрывает тот, кто после своего хода получит 0. Кто выиграет при правильной игре?

7. Фигура *кентавр* может ходить на одну клетку влево, вверх или вправо вверх. Двое игроков по очереди двигают фигуру, начиная в отмеченной точке. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

8. Имеются две кучи камней: в одной 5, в другой 7. Двое играющих берут по очереди камни. Разрешается взять один камень из любой кучи или по одному камню из обеих куч. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

