

Игры.

Во всех играх играют двое. Ходы делаются по очереди, пропускать их нельзя. ПТКНМСХ – проигрывает тот, кто не может сделать ход.

Предъявить выигрышную стратегию для одного из игроков – это значит: 1) написать инструкцию (=стратегию), как играть; 2) доказать, что эта стратегия применима; 3) доказать, что действующий по этой стратегии игрок действительно выиграет.

Симметричные стратегии для 1-го или 2-го игрока. Пример 1. а) Имеются две кучки конфет, в одной 20 конфет, в другой 20 конфет. За один ход можно съесть любое ненулевое число конфет, но только из *одной* кучки. ПТКНМСХ.

б) Имеются две кучки конфет, в одной 20 конфет, в другой 30 конфет. За один ход можно съесть любое ненулевое число конфет, но только из *одной* кучки. ПТКНМСХ.

Пример 2. У ромашки 20 лепестков. Играют двое. Разрешается брать любые 2 соседних. ПТКНМСХ.

Пример 3. Двое по очереди ставят а) коней на доску 8×8 ; б) королей на доску 9×9 . ПТКНМСХ.

Игры-шутки. В клетки таблицы 1×10 двое по очереди ставят фишки. ПТКНМСХ.

1. В (а) трёх; (б) четырех кучках лежат конфеты, по 50 конфет в каждой. За ход разрешается взять произвольное количество конфет, но только из одной кучки. ПТКНМСХ.

2. На плоскости отмечено 20 точек, являющихся вершинами правильного 20-угольника. Двое играют в следующую игру: каждый по очереди соединяет две вершины многоугольника отрезком, соблюдая следующие правила: нельзя соединять две точки, хотя бы одна из которых уже соединена с чем-то, и нельзя пересекать уже проведённые отрезки. Проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход согласно этим правилам. Кто выигрывает?

3. Ладья стоит на поле a1 шахматной доски. За ход разрешается сдвинуть ее на любое число клеток вправо или вверх. Выигрывает тот, кто поставит ладью на клетку h8. Кто выигрывает при правильной игре?

4. Двое по очереди разламывают шоколадку размером 10×10 . За один ход разрешается сделать прямолинейный разлом любого из имеющихся кусков вдоль углубления. (а) Проигрывает тот, кто первым отломит дольку 1×1 . (б) Выигрывает тот, кто первым отломит дольку 1×1 . Кто выигрывает при правильной игре?

5. Имеется три кучи камней: 21, 9 и 8 шт. За ход разрешается разбить любую кучу на две меньшие. ПТКНМСХ.

6. Петя и Вася играют в игру на шахматной доске 9×9 . Они по очереди ставят фишки на свободные клетки этой доски. Первую фишку Петя ставит куда угодно, а каждая из остальных фишек должна быть соседней по стороне ровно с одной из уже поставленных фишек. Проигрывает не имеющий хода. Кто выигрывает при правильной игре?

7. (а) В ряд лежат 25 мандаринок. Петя и Вася едят по очереди одну или две изначально соседние мандаринки. ПТКНМСХ. (б) А если мандаринки лежат по кругу?

8. Двое играют, поочередно выставляя крестики и нолики на квадратном поле 9×9 . В конце каждый получает очко за каждую строку и столбец, в которых его знаков больше. Сможет ли первый игрок выиграть?

9. Придя в школу, Коля и Алиса обнаружили на доске надпись: «Я УМЕЮ ИГРАТЬ НА ГИТАРЕ». Они договорились сыграть в следующую игру: за один ход в этой надписи разрешается стереть произвольное количество одинаковых букв, а выигрывает тот, кто стирает последнюю букву. Первым ходил Коля и стёр одну букву «А». У кого из игроков есть победная стратегия?

10. Двое игроков по очереди вырезают из клетчатого квадрата 10×10 меньшие квадраты, стороны которых идут по линиям сетки. ПТКНМСХ.

11. На доске написано число 10^{100} . Играют двое. Разрешается проводить следующие операции: 1) написать вместо числа 2 числа, произведением которых он является; 2) стереть два одинаковых числа. ПТКНМСХ.

12. Докажите, что в игре крестики-нолики на доске 3×3 у крестиков существует невыигрышная стратегия.