

Вписанный угол

8 класс

28.03.18

Определение. Угол с вершиной в центре окружности называется *центральный углом*. *Угловой величиной дуги* называется угловая величина соответствующего центрального угла. Две точки на окружности определяют две дуги, но одну хорду. Говорят, что такая хорда *стягивает* эти дуги.

Определение. Угол ABC , вершина B которого лежит на окружности, а стороны пересекают эту окружность (в точках A и C), называется *вписанным* в окружность. Говорят также, что угол ABC *опирается* на дугу AC или на хорду AC .

Теорема. Угол, вписанный в окружность, равен половине дуги, на которую он опирается.

- 1°. Докажите, что параллельные прямые отсекают от окружности равные дуги. Верно ли обратное утверждение?
2. Серединный перпендикуляр к стороне AC треугольника ABC пересекает его описанную окружность в точках M и N . Докажите, что BM и BN — биссектрисы углов ABC и смежного к нему.
3. Окружность проходит через вершины B и D параллелограмма $ABCD$ и пересекает его стороны AB , BC , CD и DA в точках K , L , M и N соответственно. Докажите, что $KN \parallel LM$.
4. Можно ли вписать в окружность выпуклый семиугольник $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$ с углами $A_1 = 140^\circ$, $A_2 = 120^\circ$, $A_3 = 130^\circ$, $A_4 = 120^\circ$, $A_5 = 130^\circ$, $A_6 = 110^\circ$, $A_7 = 150^\circ$?
5. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, центр O которой лежит внутри него. Доказать, что, если $\angle BAO = \angle DAC$, то диагонали четырёхугольника перпендикулярны.
6. Центр вписанной окружности треугольника ABC симметричен центру описанной окружности относительно стороны AB . Найдите углы треугольника ABC .
7. Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Описанные окружности треугольников AOB и COD пересекаются в точке M на основании AD . Докажите, что треугольник BMC равнобедренный.
8. Дан равнобедренный треугольник ABC ($AB = BC$). На меньшей дуге BC описанной около него окружности взята точка D . На продолжении отрезка BD за точку D выбрана точка E так, что точки B и E лежат в одной полуплоскости относительно AC . Описанная окружность треугольника CDE пересекает сторону BC в точке F . Докажите, что прямые EF и AC параллельны.
9. Окружность с центром O проходит через концы гипотенузы прямоугольного треугольника и пересекает его катеты в точках M и K . Докажите, что расстояние от точки O до прямой MK равно половине гипотенузы.