Метод математической индукции в алгебре

8 класс

14.02.18

В задачах 1–11 докажите тождества.

1. $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2.$

2. $\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} + \dots + \dfrac{1}{2^n} = 1 - \dfrac{1}{2^n}.$

3. $\dfrac{1}{1 \cdot 2} + \dfrac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \dfrac{1}{(n-1) \cdot n} = 1 - \dfrac{1}{n}.$

4. $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \dots + n \cdot n! = (n + 1)! - 1.$

5. $1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + \dots + n \cdot 2^n = (n - 1) \cdot 2^{n+1} + 2.$

6. $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n \cdot (n + 1) = \dfrac{n(n + 1)(n + 2)}{3}.$

7. $1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + n \cdot (n + 1) \cdot (n + 2) = \dfrac{n(n + 1)(n + 2)(n + 3)}{4}.$

8. $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \dfrac{n(n + 1)(2n + 1)}{6}.$

9. $1^2 + 3^2 + \dots + (2n - 1)^2 = \dfrac{n(2n - 1)(2n + 1)}{3}.$

10. $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2.$

11. $\dfrac{1^2}{1 \cdot 3} + \dfrac{2^2}{3 \cdot 5} + \dots + \dfrac{n^2}{(2n - 1) \cdot (2n + 1)} = \dfrac{n(n + 1)}{2(2n + 1)}.$

В задачах 12–14 упростите выражение.

12. $-1 + 3 - 5 + 7 - 9 + \dots + (-1)^n(2n - 1).$

13. $\left(1 - \dfrac{1}{2^2}\right)\left(1 - \dfrac{1}{3^2}\right)\dots\left(1 - \dfrac{1}{n^2}\right).$

14. $\dfrac{2^3 - 1}{2^3 + 1} \cdot \dfrac{3^3 - 1}{3^3 + 1} \cdot \ldots \cdot \dfrac{n^3 - 1}{n^3 + 1}.$