

Метод математической индукции

8 класс

7.02.18

Задачи для разбора

1. Головоломка «Ханойские башни» представляет собой N дисков, нанизанных в порядке уменьшения размеров на один из трех кольшкков. Требуется переместить всю башню на другой кольшек, перенося каждый раз только один диск и не помещая больший диск на меньший. Докажите, что головоломка имеет решение.
2. На доске нарисован равносторонний треугольник. Вася провел несколько прямых, пересекающих его. Докажите, что на чертеже можно найти треугольник, через который не проходит ни одна прямая.

Задачи для самостоятельного решения

1. У бородатого многоугольника во внешнюю сторону растет борода. Его пересекает несколько прямых, на каждой из которых с одной из сторон тоже растет борода. В результате многоугольник оказался разбитым на некоторое число частей. Докажите, что хотя бы одна из частей окажется бородатой снаружи (никакие три прямые не проходят через одну точку).
2. Вокруг города проходит кольцевая дорога с односторонним движением, и через город проходит несколько магистралей с односторонним движением. Докажите, что есть такой квартал (не разбитый магистралями на части), вокруг которого можно объехать, не нарушая правил.
3. (а) Плоскость поделена на области несколькими прямыми. Докажите, что эти области можно раскрасить в два цвета так, чтобы любые две соседние области были раскрашены в различные цвета.
(б) Плоскость поделена на области несколькими прямыми и несколькими окружностями. Докажите, что эти области можно раскрасить в два цвета так, чтобы любые две соседние области были раскрашены в различные цвета.
4. На сколько частей делят плоскость n прямых общего положения, то есть таких, что никакие две не параллельны и никакие три не проходят через одну точку?
5. За какое минимальное количество ходов можно решить головоломку «Ханойские башни»?