

Постепенное конструирование

8 класс

31.01.18

1. Докажите, что правильный треугольник можно разрезать на n правильных треугольников, начиная с шести.
2. Докажите, что трёхкопеечными и пятикопеечными монетами можно выдать любую сумму, большую 7 копеек.
3. Из квадрата $2^n \times 2^n$ вырезали одну клетку. Докажите, что оставшуюся фигуру всегда можно разрезать на уголки, состоящие из трёх клеток.
4. При каких $n > 3$ набор гирь с массами 1, 2, 3, ..., n граммов можно разложить на три равные по массе кучки?
5. Сева умеет делить любой отрезок либо пополам, либо в отношении $n : n+1$, где n — любое натуральное число. Докажите, что Сева может поделить отрезок на любое количество равных частей.
6. В прямоугольнике $3 \times n$ стоят фишки трех цветов, по n штук каждого цвета. Доказать, что можно переставить фишки в каждой строке так, чтобы в любом столбце были фишки всех цветов.
7. На столе стоят 64 стакана с водой. Разрешается взять любые два стакана и уравнять в них количества воды, перелив часть воды из одного стакана в другой. Докажите, что с помощью таких операций можно добиться того, чтобы во всех стаканах было поровну воды.
8. Можно ли представить единицу в виде суммы 50 различных дробей с числителем 1 и натуральным знаменателем?
9. Докажите, что число, записываемое с помощью $3n$ единиц делится на $3n$.
10. Докажите, что для любого числа n существует число, составленное из цифр 1 и 2, которое делится на 2^n .