

Алгебра

8 класс

20.12.17

1. Известно, что каждое из уравнений $ax^2 + b = 0$, $bx^2 + c = 0$ и $cx^2 + a = 0$ имеет хотя бы одно решение. Найдите все такие тройки уравнений.
2. Найдите значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$, если $x + y + z = 1$, а $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$.
3. Про натуральные числа a, b, c, d известно, что $\frac{a-b}{c-d} = \frac{a+b}{c+d}$. Докажите, что
 - (а) $abcd$ — полный квадрат;
 - (б) $\frac{a-b}{c-d} = \frac{a+b}{c+d} = \frac{a+2017b}{c+2017d}$ (при условии, что $c+2017d \neq 0$).
4. Различные числа x и y таковы, что $x+4 = (y-2)^2$, $y+4 = (x-2)^2$. Найдите $x^2 + y^2$.
5. Найдите все целые n , при которых число $\sqrt{11+6\sqrt{n}} + \sqrt{11-6\sqrt{n}}$ является натуральным.
6. При каких целых a уравнение $ax^2 + x - a^2 = 0$ имеет хотя бы один целый корень?
7. Существуют ли такие числа A, B и C ($A \neq 0$), что значение выражения $An^2 + Bn + C$ при любом целом n равно целому числу, причём различным целым значениям n соответствуют различные значения данного выражения.
8. Произведение вещественных чисел a и b положительно и не превосходит 4, а $a + b + 2 = \frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1}$. Чему может быть равно $a + b$? (Найдите все возможные значения и докажите, что других нет.)