

Трапеция

8 класс

15.11.17

Определение. Трапеция — это четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие стороны не параллельны. Параллельные стороны трапеции называются *основаниями*, а не параллельные — *боковыми сторонами*. Трапеция у которой боковые стороны равны называется *равнобедренной* или *равнобокой*.

Свойства равнобокой трапеции:

- (а) В равнобокой трапеции диагонали равны.
- (б) В равнобокой трапеции углы при основании равны.
- (с) В равнобокой трапеции углы между основанием и диагональю равны.

Признаки равнобокой трапеции:

- (а) Если в трапеции диагонали равны, то она равнобокая.
- (б) Если в трапеции углы при основании равны, то она равнобокая.
- (с) Если в трапеции углы между основанием и диагональю равны, то она равнобокая.

Определение. Отрезок, соединяющий середины боковых сторон трапеции называется *средней линией трапеции*.

Теорема. Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.

Полезное замечание. Иногда в трапеции бывает полезно опустить высоты. Иногда полезно достроить её до треугольника. Иногда полезно через одну из вершин провести прямую, параллельную стороне или диагонали.

1. В равнобокой трапеции $ABCD$ угол A равен 60° . Докажите, что $BC = AD - AB$.
2. В равнобедренной трапеции $ABCD$ из тупого угла B опущена высота BH на основание AD . Известно, что $AH : HD = 1 : 5$. Найдите $AD : BC$.
3. На сторонах BC и CD параллелограмма $ABCD$ выбраны такие точки M и N , что $BN = BC$ и $DN = CD$. Докажите, что $AM = AN$.
4. Диагонали равнобокой трапеции взаимно перпендикулярны. Докажите, что средняя линия трапеции равна её высоте.
5. В трапеции $ABCD$ с основанием AD угол между диагоналями равен 60° , а диагональ AC равна сумме оснований. Докажите, что трапеция равнобокая.
6. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) биссектриса BM в два раза короче биссектрисы AL . Найдите углы треугольника ABC .
7. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC , в которой $AB = BD$. Пусть M — середина стороны CD . Докажите, что $\angle MBC = \angle BCA$.
8. Основания трапеции равны a и b , а сумма углов при одном из оснований равна 90° . Найдите длину отрезка, соединяющего середины оснований.
9. В трапеции $ABCD$ углы A и B прямые, а угол C тупой. Точка M — середина CD . Известно, что треугольники ABM , BCM и ADM равнобедренные. Найдите величину угла C .
10. Трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC такова, что $\angle ABD = 90^\circ$ и $AD = BC + CD$. Найдите отношение оснований $AD : BC$.