

Перебор остатков

8 класс
27.09.17

1. Докажите, что $n^3 + 2n$ делится на 3 для любого натурального n .
2. Может ли число $\frac{(n^2 + 1)}{3}$ быть целым при натуральном n ? А числа $\frac{(n^2 + 1)}{4}$, $\frac{(n^2 + 2)}{4}$?
3. При каких целых n число $5n^2 + 10n + 8$ делится на 3? А при каких делится на 4?
4. Докажите, что не существует натуральных чисел a и b таких, что $a^2 - 3b^2 = 8$.
5. Пусть $x^2 + y^2 = z^2$.
 - (а) Докажите, что хотя бы одно из чисел делится на 3;
 - (б) Докажите, что xy делится на 6;
 - (с) Докажите, что xyz делится на 30.
6. Докажите, что $n^5 + 4n$ делится на 5 при любом натуральном n .
7. Найдите p , если известно, что
 - (а) $p, p + 10, p + 14$ — простые числа;
 - (б) $p, 2p + 1, 4p + 1$ — простые числа;
 - (с) p и $p^2 + 2$ — простые числа;
 - (д) p и $8p^2 + 1$ — простые числа;
 - (е) $p, 4p^2 + 1$ и $6p^2 + 1$ — простые числа.
8. Докажите, что сумма квадратов пяти последовательных натуральных чисел не может быть точным квадратом.