

Несколько интересных задач

7 класс
28.03.18

1. Петя, Егор и Леша решали задачи несколько лет. Решивший задачу первым получает за нее 3 очка, вторым – 2, а последним – 1. Каждый из них решил все задачи и получил по 1189 очков. Докажите, что они не умеют считать.
2. Натуральное число можно умножать на два, делить на четыре и произвольным образом переставлять в нем цифры. Можно ли превратить число 1 в 846 с помощью таких операций?
3. В выпуклом семиугольнике проведены все диагонали. Каждая вершина и каждая точка пересечения диагоналей окрашены в синий цвет. Вася хочет перекрасить эти синие точки в красный цвет. За одну операцию ему разрешается поменять цвет всех окрашенных точек, принадлежащих либо одной из сторон либо одной из диагоналей на противоположный. Сможет ли он добиться желаемого, выполнив какое-то количество описанных операций?
4. На столе лежат 100 фишек, у которых одна сторона красная а другая синяя. 10 из них лежат красной стороной вверх, остальные — синей. Разрешается делить кучку фишек на две кучки (не обязательно равные), переворачивать все фишки одной из кучек, совмещать кучки. Злая Королева завязала глаза Алисе и приказала разделить эти 100 фишек на две кучки, в которых равное количество фишек лежащих красной стороной вверх. Как Алисе выполнить приказ Злой Королевы?
5. Над строкой из четырёх чисел 2, 0, 1, 7 проделаем следующую операцию: между каждыми двумя соседними числами впишем число, которое получится в результате вычитания левого числа из правого. Над новой строкой проделаем ту же операцию и т.д. Найдите сумму чисел строки, которая получится после ста таких операций.
6. На доске записаны пять чисел, одно из которых равно 2000. Разрешается стереть любое число и записать вместо него число $a + b - c$, где a, b, c — какие-то три из оставшихся чисел. Можно ли с помощью таких операций получить пять чисел, каждое из которых равно 2000?