

Количество делителей

7 класс
14.03.18

1. Пусть p , q и r — различные простые числа. Сколько различных делителей (включая 1 и само число) у чисел:
 - (a) p , pq , pqr ;
 - (b) p^2 , p^2q , p^2qr ;
 - (c) p^2q^2 , p^2q^2r , $p^2q^2r^2$;
 - (d) p^n , p^nq , p^nqr ;
 - (e) p^nq^m , p^nq^mr , $p^nq^mr^k$;
 - (f) $p_1^{k_1} p_2^{k_2} p_3^{k_3} \dots p_m^{k_m}$.
2. Некоторое натуральное число n имеет два простых делителя. Его квадрат имеет 15 делителей. Сколько делителей имеет куб этого числа?
3. Найдите все натуральные числа, делящиеся на 30 и имеющие ровно 30 различных делителей.
4. Найдите натуральное число вида $n = 2^x 3^y 5^z$, зная, что половина его имеет на 30 делителей меньше, треть — на 35 и пятая часть — на 42 делителя меньше, чем само число.
5. Натуральное число a имеет ровно четыре различных натуральных делителя (включая 1 и a). Натуральное число b имеет ровно шесть различных натуральных делителей (включая 1 и b). Может ли число $c = ab$ иметь
 - (a) ровно пятнадцать различных натуральных делителей (включая 1 и c);
 - (b) ровно двадцать различных натуральных делителей (включая 1 и c)?
6. На доске выписаны числа $1, 2, \dots, 100$. На каждом этапе одновременно стираются все числа, не имеющие среди нестёртых чисел делителей, кроме себя самого. Например, на первом этапе стирается только число 1. Какие числа будут стёрты на последнем этапе?