

# Признаки делимости

7 класс  
25.10.17

Десятичной записью числа  $x$  называется его представление в виде:

$$x = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10 + a_0,$$

где коэффициенты  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$  принимают значения 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и  $a_n \neq 0$ . Сумму  $a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10 + a_0$  в краткой форме принято записывать так:  $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$ . Цифра  $a_0$  обозначает число единиц числа  $x$ , цифра  $a_1$  — число десятков,  $a_2$  — число сотен и так далее.

**Признаки делимости.** Дано число  $x = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$ . Тогда

- (а)  $x$  делится на 2  $\Leftrightarrow a_0$  делится на 2;
- (б)  $x$  делится на 3  $\Leftrightarrow$  сумма цифр числа  $x$  делится на 3;
- (с)  $x$  делится на 4  $\Leftrightarrow \overline{a_1 a_0}$  делится на 4;
- (д)  $x$  делится на 5  $\Leftrightarrow a_0$  делится на 5;
- (е)  $x$  делится на 8  $\Leftrightarrow \overline{a_2 a_1 a_0}$  делится на 8;
- (ф)  $x$  делится на 9  $\Leftrightarrow$  сумма цифр числа  $x$  делится на 9;
- (г)  $x$  делится на 10  $\Leftrightarrow a_0 = 0$ ;
- (h)  $x$  делится на 25  $\Leftrightarrow \overline{a_1 a_0}$  делится на 25;
- (i)  $x$  делится на  $2^k$   $\Leftrightarrow \overline{a_{k-1} \dots a_1 a_0}$  делится на  $2^k$ ;
- (j)  $x$  делится на  $5^k$   $\Leftrightarrow \overline{a_{k-1} \dots a_1 a_0}$  делится на  $5^k$ ;
- (к)  $x$  делится на  $10^k$   $\Leftrightarrow \overline{a_{k-1} \dots a_1 a_0}$  делится на  $10^k$ .

0. Докажите признаки делимости на  $2^k, 5^k, 10^k$ .
1. (а) При каких  $a$  число  $\overline{875a}$  делится на 6?  
(б) При каких  $a, b$  число  $\overline{82ab}$  делится на 90?
2. В слове СССР замените буквы на цифры (одинаковые буквы на одинаковые цифры) так, чтобы полученное число делилось на 15. Укажите все варианты.
3. Найдите наименьшее число, кратное 45, десятичная запись которого состоит только из единиц и нулей.
4. Ваня задумал простое трёхзначное число, все цифры которого различны. На какую цифру оно может оканчиваться, если его последняя цифра равна сумме первых двух?
5. Найдите семизначный пароль от сейфа, если известно что он состоит из двоек и троек, причем двоек больше, чем троек. А также известно, что он делится на 3 и на 4.
6. Взяли число  $2017!$  и вычислили сумму его цифр, у полученного числа снова вычислили сумму его цифр и т.д. до тех пор, пока не получилось однозначное число. Найдите это однозначное число.
7. (а) Известно, что  $16! = 20\,922 \cdot 89\,888\,000$ .  
(б) Известно, что  $24! = 620\,448\,401\,7 \cdot 3\,239\,439\,36 \cdot 000$ .  
Замените \* на цифры, чтобы получилось верное равенство.
8. Сколько существует чисел  $\overline{abcdef}$ , в записи которого участвуют различные цифры от 1 до 6, так что  $\overline{ab} : 2, \overline{abc} : 3, \overline{abcd} : 4, \overline{abcde} : 5, \overline{abcdef} : 6$ .
9. Существует ли такое десятизначное число  $n$ , что для любых ненулевых цифр  $a$  и  $b$  число  $\overline{anb}$  делится на  $\overline{ab}$ ?