

Графы

7–8 класс

11.05.18

1. В городе отличников от каждой площади отходит ровно 5 улиц. Докажите, что
 - (а) число площадей чётно,
 - (б) число улиц делится на 5 (улицы соединяют площади).
2. В графе каждая вершина — синяя или зелёная. При этом каждая вершина соединена с 5 синими и 5 зелёными. Докажите, что количество вершин делится на 4.
3. В однокруговом турнире участвовали 15 шахматистов. Могло ли оказаться, что каждый из них ровно 5 раз сыграл вничью?
4. В компании у каждых двух людей ровно пять общих знакомых. Докажите, что количество пар знакомых делится на 3.
5. Туристическая фирма провела акцию: «Купи путевку в Египет, приведи четырех друзей, которые также купят путевку и получи стоимость путевки обратно!» За все время действия акции 13 людей пришли сами, а остальных привели друзья. При этом некоторые привели ровно по 4 друга, а остальные 100 не привели никого. Сколько туристов отправилось в страну пирамид бесплатно?
6. Во взводе 10 человек. В каждый из 100 дней какие-то четверо назначались дежурными. Докажите, что какие-то двое были вместе на дежурстве не менее 14 раз.
7. В парламенте 30 депутатов. Каждые два из них либо дружат, либо враждуют, причём каждый дружит ровно с шестью другими. Каждые три депутата образуют комиссию. Найдите общее число комиссий, в которых все три члена попарно дружат или все трое попарно враждуют.