

Принцип крайнего

7–8 класс

16.03.18

1. Шахматная доска разбита на домино. Докажите, что найдется пара домино, образующая квадрат из 4 клеток.
2. В каждой клетке шахматной доски записано число. Оказалось, что любое число равно среднему арифметическому чисел, записанных в соседних (по стороне) клетках. Докажите, что все числа равны.
3. Семь грибников собрали вместе 100 грибов, причём никакие двое не собрали одинакового числа грибов. Докажите, что есть трое грибников, которые собрали вместе не менее 50 грибов.
4. Однажды в пятницу на математическом кружке побывало 30 учеников, причём если ученик уходил с занятия, то больше на него не возвращался. Оказалось, что среди любых трёх учеников какие-то двое на кружке встретились. Докажите, что преподаватель мог сделать важное сообщение не более двух раз, чтобы его слышали все ученики.
5. В космическом пространстве летают 2017 астероидов, на каждом из которых сидит астроном. Все расстояния между астероидами различны. Каждый астроном наблюдает за ближайшим астероидом. Докажите, что за одним из астероидов никто не наблюдает.
6. На конгресс собрались учёные, среди которых есть друзья. Оказалось, что каждые два из них, имеющие на конгрессе равное число друзей, не имеют общих друзей. Доказать, что найдётся учёный, который имеет ровно одного друга из числа участников конгресса.
7. Дана таблица 10×10 , в каждой клетке записано число, причём все числа различны. В каждой строке отметили наименьшее число, и все отмеченные числа оказались в разных столбцах. Затем в каждом столбце отметили наименьшее число, и все отмеченные числа оказались в разных строках. Докажите, что оба раза отметили одни и те же числа.