

# Разнойой

7–8 класс

26.01.18

1. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  — выпуклый четырёхугольник, в котором равны углы  $A$  и  $D$ . Серединные перпендикуляры к сторонам  $AB$  и  $CD$  пересекаются на стороне  $AD$ . Докажите, что в этом четырёхугольнике равны диагонали.
2. Сколько нулей в конце  $9^{123} + 1$ ?
3. Из листа клетчатой бумаги размером  $29 \times 29$  клеточек вырезали 99 квадратов  $2 \times 2$  (режут по линиям). Доказать, что из оставшейся части листа можно вырезать ещё хотя бы один такой же квадратик.
4. Расставьте знаки  $+$ ,  $-$ ,  $\times$ ,  $:$  и скобки, где это необходимо, чтобы равенство стало верным
$$8 \quad 8 \quad 3 \quad 3 = 24.$$
5. (а) Сколько существует 5-значных чисел, у которых хотя бы одна цифра чётная?  
(б) Сколько существует 5-значных чисел, у которых хотя бы две цифры одинаковые?
6. В десятичной записи числа  $2^n$  переставили цифры. Могла ли получиться другая степень двойки?
7. На доске написаны числа  $1, 2, 3, \dots, 19, 20$ . Разрешается стереть любые два числа  $a$  и  $b$  и вместо них написать число  $ab + a + b$ . Какое число может остаться на доске после 19 таких операций?