

Простые множители

7–8 класс

22.12.17

Основная теорема арифметики. Любое натуральное число представимо в виде произведения простых сомножителей. Такое представление единственно с точностью до порядка сомножителей

$$n = p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdot p_3^{k_3} \cdot \dots \cdot p_m^{k_m}.$$

1. Произведение возрастов Машинных братьев равно 1664, причём старший брат вдвое старше младшего. Сколько у Маши братьев? Какого они возраста?
2. Нескольким зверюшкам раздали 210 долек апельсина. Выяснилось, что зайчику досталось меньше всех долек, и остальные зверюшки передали по одной своей дольке зайчику. После этого у всех зверей стало ровно по x долек. Найдите максимально и минимально возможное значение x .
3. Числа от 1 до 12 раскрашены в два цвета. Известно, что произведение синих чисел в k раз больше, чем произведение красных. Какое наименьшее натуральное значение k возможно?
4. На сколько нулей оканчивается число $2017!$? ($n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$).
5. Существуют ли такие 6 натуральных чисел, что любые 5 имеют общий делитель, больший 1, а все 6 взаимно просты.
6. Существует ли восемь натуральных чисел, среди которых ровно одно делится на 8, ровно два делятся на 7, ровно три на 6, \dots , ровно семь на 2?
7. На гранях куба стоят натуральные числа, а в каждой вершине — произведения чисел на трёх гранях с этой вершиной. Найдите сумму чисел на гранях, если сумма чисел в вершинах равна 70.
8. Рассматривается последовательность натуральных чисел $2, 6, 30, \dots$, в которой k -й член есть произведение первых k простых чисел. Известно, что разность некоторых двух чисел этой последовательности равна 30000. Найдите эти числа.
9. Известно, что клетчатый прямоугольник можно разрезать на n одинаковых фигурок из k клеток. Докажите, что его можно разрезать и на k одинаковых фигурок из n клеток.