

Раскраски

7–8 класс

12.12.17

1. На доске 10×10 для «морского боя» стоит 4-палубный корабль. Какое наименьшее число выстрелов необходимо сделать, чтобы наверняка ранить его?
2. В клетках квадрата 3×3 расставлены числа (рис. слева). Разрешается к числам, стоящим в двух соседних клетках по стороне, одновременно прибавлять или отнимать одно и то же число. Можно ли в какой-то момент получить такой квадрат с числами, как на рисунке справа?

2	7	2
4	6	1
3	6	5

2	0	0
0	1	0
0	0	1

3. Квадрат 8×8 клеток выкрашен в белый цвет. Разрешается выбрать в нём любой прямоугольник из трёх клеток и перекрасить все их в противоположный цвет (белые в чёрный, чёрные – в белый). Удастся ли несколькими такими операциями перекрасить весь квадрат в чёрный цвет?
4. (а) Из доски 5×5 вырезали одну клетку так, что остаток можно разрезать на прямоугольники 3×1 . Укажите все клетки, которые могут быть вырезаны и докажите, что других нет.
(б) Из доски 8×8 вырезали угловую клетку. Можно ли оставшуюся часть разрезать на прямоугольники 3×1 ?
(с) Из доски 8×8 вырезали одну клетку так, что остаток можно разрезать на прямоугольники 3×1 . Укажите все клетки, которые могут быть вырезаны и докажите, что других нет.
5. На клетчатой бумаге отмечены произвольным образом 2017 клеток. Докажите, что среди них всегда можно выбрать не менее 505 клеток, попарно не соприкасающихся друг с другом. (Соприкасающимися считаются клетки, имеющие хотя бы одну общую вершину.)
6. Из листа клетчатой бумаги размером 29×29 клеточек вырезали 99 квадратов 2×2 (режут по линиям). Доказать, что из оставшейся части листа можно вырезать ещё хотя бы один такой же квадратик.