Раскраски

7–8 класс

05.12.17

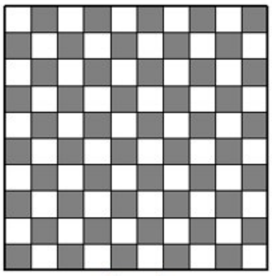


Рис. 1

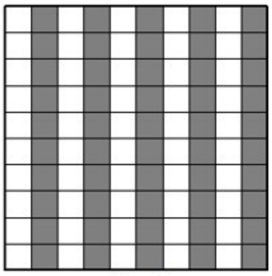


Рис. 2

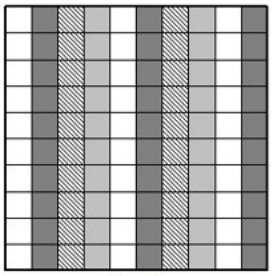


Рис. 3

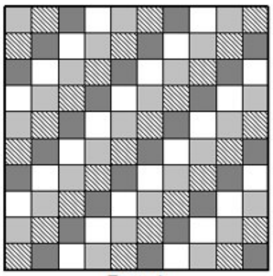


Рис. 4

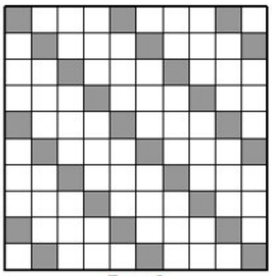


Рис. 5

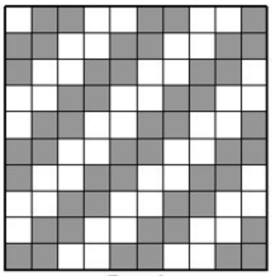


Рис. 6

1. Можно ли замостить доску 10×10 полосками 1×4?

2. Можно ли разрезать квадрат 10×10 на Т-тетраминошки? (Домино, тримино, тетрамино, пентамино, … — фигурки, составленные из 2, 3, 4, 5, … клеток соответственно.)

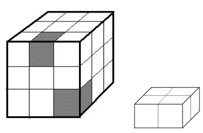
3. Все поля шахматной доски 8×8 покрыли 32 косточками домино (каждая косточка закрывает в точности два поля). Докажите, что число вертикально лежащих косточек чётно.

4. На каждой клетке доски 7×7 сидит жук.
(a) В некоторый момент времени все жуки переползают на соседние по стороне клетки. Докажите, что при этом окажется хотя бы одна пустая клетка.
(b) В некоторый момент времени все жуки переползают на соседние по диагонали клетки. Докажите, что при этом найдется хотя бы 7 свободных клеток.

5. В левый нижний угол шахматной доски 8×8 поставлено в форме квадрата 3×3 девять фишек. Фишка может прыгать на свободное поле через рядом стоящую фишку, то есть симметрично отражаться относительно её центра (прыгать можно по вертикали, горизонтали и диагонали). Можно ли за некоторое количество таких ходов поставить все фишки вновь в форме квадрата 3×3, но в другом углу:
(a) левом верхнем,
(b) правом верхнем?

6. Из шахматной доски (размером 8×8) вырезали центральный квадрат размером 2×2. Можно ли оставшуюся часть доски разрезать на равные фигурки в виде буквы «Г», состоящие из четырёх клеток?

7. Дан куб $3 \times 3 \times 3$, разделенный на 27 кубиков $1 \times 1 \times 1$. В каждом незакрашенном маленьком кубике стоит число 0, а в закрашенном — 1. Разрешается выбрать 4 кубика, у которых есть общее ребро, и в каждом из них к числу прибавить по 1. Можно ли сделать так, чтобы все числа стали равными?



8. Докажите, что если из прямоугольника $2k \times 2n$ вырезать две клетки, которые в шахматной раскраске имеют разные цвета, то его можно будет разрезать на прямоугольники 2×1

9. Куб размером $3 \times 3 \times 3$ состоит из 27 единичных кубиков. Можно ли побывать в каждом кубике по одному разу, двигаясь следующим образом:
(a) из кубика можно пройти в любой кубик, имеющий с ним общую грань, начиная с центрального?
(b) из кубика можно пройти в любой кубик, имеющий с ним общую грань, причём запрещено ходить два раза подряд в одном направлении?