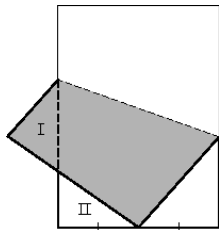


Первый признак равенства треугольников

7 класс
28.11.17

- От вершины B равнобедренного треугольника ABC с основанием AC , отложены равные отрезки: BA_1 на стороне BA , и BC_1 на стороне BC . Докажите равенство треугольников: (а) BAC_1 и BCA_1 ; (б) ACC_1 и CAA_1 .
- (а) На сторонах AB , BC и CA равностороннего треугольника ABC отложены равные отрезки AD , BE и CF . Точки D , E и F соединены отрезками. Докажите, что треугольник DEF — равносторонний.
(б) Стороны BA , AC и CB равностороннего треугольника продолжены соответственно за точки A , C и B , и на продолжениях отложены равные отрезки AD , CE и BF . Докажите, что треугольник DEF — равносторонний.
- В океане расположено три острова A , B и C , причём расстояния от A до B и от B до C — по 50 км, а от A до C — 70 км. Одновременно из A в C отправилась яхта, а из C в B — катер, оба со скоростью 10 км/ч. Через два часа яхта села на мель и стала подавать сигнал бедствия. Катер тут же изменил курс, увеличил скорость вдвое и последовал к яхте. С острова B к яхте отправилась спасательная лодка со скоростью 20 км/ч. Докажите, что лодка и катер придут к яхте одновременно.
- На сторонах AB и AC равностороннего треугольника ABC отмечены точки X и Y так, что $BX = AY$. Чему может быть равна сумма $\angle ABY + \angle ACX$?
- На сторонах AB и BC равностороннего треугольника ABC взяты точки D и K соответственно, а на стороне AC — точки E и M , причём $DA + AE = KC + CM = AB$. Докажите, что $DM = KE$.
- Календарный лист согнули, совместив вершину с серединой противоположной короткой стороны (см. рис.). Оказалось, что треугольники I и II равны. Найдите длинную сторону прямоугольника, если короткая равна a .



Параллелограмм

8 класс
28.11.17

Определение. Параллелограмм — это четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

Свойства параллелограмма:

- В параллелограмме противоположные стороны попарно равны.
- В параллелограмме противоположные углы попарно равны.
- Диагонали параллелограмма делятся точкой пересечения пополам.

Признаки параллелограмма:

- Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник — параллелограмм.
- Если в четырехугольнике противоположные стороны равны, то этот четырехугольник — параллелограмм.
- Если в четырехугольнике противоположные углы равны, то этот четырехугольник — параллелограмм.
- Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник — параллелограмм.

- Две стороны четырехугольника параллельны, а одна его диагональ делит другую пополам. Докажите, что данный четырехугольник — параллелограмм.
- Через каждую вершину треугольника ABC параллельно его противоположной стороне провели прямую. Эти прямые образовали новый треугольник. Докажите, что вершины старого треугольника являются серединами сторон нового.
- На сторонах AB , BC , CD и DA параллелограмма $ABCD$ выбраны точки K , L , M и N соответственно так, что $AK = CM$ и $AN = CL$.
(а) Докажите, что $BLDN$ — параллелограмм.
(б) Докажите, что $KLMN$ — параллелограмм.
(с) Докажите, что четырехугольник с вершинами в точках пересечения прямых AL , BM , CN и DK — параллелограмм.
- Дан параллелограмм $ABCD$ с тупым углом B . Точка E выбрана так, что $AE \parallel BD$ и $BE \perp BC$. Докажите, что $\angle AEB = \angle CEB$.
- На сторонах AD и BC параллелограмма $ABCD$ выбраны точки X и Y соответственно так, что $XY \parallel AB$. Биссектрисы углов A и C пересекают отрезок XY в точках P и Q соответственно. Докажите, что $\angle ADP = \angle ABQ$.
- Через точку на стороне треугольника проведена прямая, параллельная другой стороне, до пересечения с третьей стороной треугольника. Через полученную точку проведена прямая, параллельная первой стороне треугольника и т.д. Докажите, что
(а) если исходная точка совпадает с серединой стороны треугольника, то четвертая точка, полученная таким способом, совпадёт с исходной;
(б) если исходная точка отлична от середины стороны треугольника, то седьмая точка, полученная таким способом, совпадёт с исходной.