

Тренировочная олимпиада

7–8 класс

17.11.17

1. На доске были написаны все натуральные числа от 1 до некоторого n , кратного 50. Затем все числа, кратные 50, стёрли. Докажите, что сумма оставшихся чисел — точный квадрат
2. За круглым столом сидят 30 человек. Некоторые из них — лжецы и всегда лгут, а остальные всегда говорят правду. Известно, что у каждого лжеца ровно один из его соседей — тоже лжец. Каждого из 30 человек спросили, сколько лжецов сидит рядом с ним. 12 человек ответили, что ровно один, а остальные — что два (каждый из сидящих за столом знает, кто из остальных рыцарь, а кто — лжец). Сколько всего лжецов за столом?
3. В треугольнике ABC на стороне AC отмечена точка K , а на стороне BC — точка L так, что $\angle KBC = 10^\circ$ и $\angle LAC = 20^\circ$. Найдите величину угла ALK , если известно, что $\angle BCA = 40^\circ$ и $\angle BAC = 80^\circ$.
4. Клетчатый квадрат 100×100 разбит на единичные квадратики. В каждом из квадратиков, расположенных на диагонали, идущей из левого верхнего угла в правый нижний, провели диагональ: в верхних 50 вдоль диагонали большого квадрата, а в нижних — перпендикулярно ей. Затем в остальных квадратиках произвольным образом провели по одной диагонали. Какое наибольшее количество параллелограммов, составленных из двух половин соседних квадратиков, заведомо можно найти на получившейся картинке?