

Чётность

7–8 класс

27.10.16

1. Можно ли числа от 1 до 2017 разбить на несколько групп так, что бы в каждой группе было число, равное сумме остальных чисел в этой группе?
2. Кузнечик прыгает по прямой, причем в первый раз он прыгнул на 1 см в какую-то сторону, во второй раз — на 2 см и так далее. Мог ли он после 2017 прыжков оказаться там, где начинал?
3. На доске написано 50 натуральных чисел. Двоечник Федя заметил, что сумма любых 49 чисел нечётна. Докажите, что все числа нечётны.
4. Саша на 99 карточках написал числа $1, 2, \dots, 99$ перевернул чистыми сторонами вверх. Пришел Влад, перемешал их и снова написал на чистой стороне числа $1, 2, \dots, 99$. Для каждой карточки они нашли сумму написанных на ней чисел и 99 полученных сумм перемножили. Чётным или нечётным оказался полученный результат?
5. Из пяти целых чисел можно образовать 10 сумм. Могут ли они оказаться десятью последовательными натуральными числами?
6. Есть 101 монета, из которых 50 фальшивых, отличающихся по весу на 1 грамм от настоящих. Петя взял одну монету и за одно взвешивание на весах со стрелкой, показывающей разность весов на чашках, хочет определить фальшивая ли она. Сможет ли он это сделать?
7. (а) По кругу в произвольном порядке расставлены числа от 1 до 101 (каждое число встречается ровно один раз).
(б) По кругу в произвольном порядке расставлены чётные числа от 2 до 202 (каждое число встречается ровно один раз).
(в) По кругу расставлены 101 натуральное число.
Докажите, что найдутся два соседних числа такие, что после их выкидывания оставшиеся числа нельзя разбить на две группы с равной суммой.
8. В волшебной стране жили мужественные рыцари, свирепые драконы и прекрасные принцессы. Рыцари убивают драконов, драконы съедают принцесс, а принцессы изводят до смерти рыцарей. Всего было 100 рыцарей, 99 принцесс и 101 дракон. Древнее заклинание, наложенное на всех, запрещает убивать тех, кто погубил нечетное число жертв. В настоящее время в этой стране остался всего один житель. Кто это и почему?