

Десятичная запись числа

7–8 класс

24.10.17

Десятичной записью числа x называется его представление в виде:

$$x = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10 + a_0,$$

где коэффициенты $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ принимают значения 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и $a_n \neq 0$. Сумму $a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10 + a_0$ в краткой форме принято записывать так: $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$. Цифра a_0 обозначает число единиц числа x , цифра a_1 — число десятков, a_2 — число сотен и так далее.

- Сумма цифр a и b делится на 7. Докажите, что число вида
 - \overline{aba} ;
 - $\overline{aab0b}$
 делится на 7.
- Сумма цифр a и b равна 13. Докажите, что число вида
 - \overline{aba} ;
 - \overline{aaabb}
 делится на 13.
- Найдите все натуральные числа, которые увеличиваются в 9 раз, если между цифрой единиц и цифрой десятков вставить ноль.
- Докажите, что число вида \overline{abcabc} всегда делится на 13.
- Первая цифра трёхзначного числа равна 4. Если её перенести в конец, получится число, составляющее $3/4$ от исходного. Найдите исходное число.
- Докажите, что $11^{10} - 1 : 100$.
- Из трех попарно различных ненулевых цифр составили всевозможные трехзначные числа и сложили их. Докажите, что полученная сумма будет делиться на 37.
- Докажите, что любое натуральное число, десятичная запись которого состоит из $3n$ одинаковых цифр, делится на 37.
- Докажите, что в трёхзначном числе, делящемся на 37, всегда можно переставить цифры так, что новое число также будет делиться на 37.
 - Докажите, что в шестизначном числе, делящемся на 7, всегда можно переставить цифры так, что новое число также будет делиться на 7.