

## Графы 2: Связность

7–8 класс

20.10.17

1. Назовем граф «хлипким», если степень любой его вершины равна 1, 3 или 6. Доказать, что из связного «хлипкого» графа, содержащего 34 ребра, можно выкинуть ребро так, что он перестанет быть связным.
2. В стране из каждого города выходит 100 дорог и от любого города можно добраться до любого другого. Одну дорогу закрыли на ремонт. Докажите, что и теперь от любого города можно добраться до любого.
3. В неизвестной стране из города Столичный выходит 21 дорога, из города Дальний — ровно одна, а из всех остальных городов — по 20 дорог. Докажите, что из города Дальний можно попасть в Столичный.
4. В стране некоторые города соединены дорогами. При этом есть такие два города А и Б, что из А в Б можно добраться единственным путём. Может ли из каждого города выходить чётное число дорог?
5. В некоторой стране столица соединена авиалиниями со 100 городами, а каждый город, кроме столицы, соединен авиалиниями ровно с десятью городами. Известно, что из каждого города можно попасть в любой другой (может быть, с пересадками). Доказать, что можно закрыть половину авиалиний, идущих из столицы, так, что возможность попасть из каждого города в любой другой сохранится.
6. Любые два восьмиклассника переписываются либо в «vk», либо в «telegram». Докажите, что
  - (а) хотя бы один из мессенджеров позволяет, возможно, через посредников, связаться любым двум восьмиклассникам;
  - (б) любой восьмиклассник, выбрав один из мессенджеров, может связаться с любым другим не более чем через одного посредника;
  - (в) можно выбрать мессенджер так, чтобы пользуясь только им, любые два восьмиклассника могут связаться не более чем через двух посредников.