

Разнойбой

7–8 класс

17.10.17

1. На доске записаны числа $1, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5$. Разрешается стереть любые два числа и вместо них записать их разность — неотрицательное число. Может ли на доске в результате нескольких таких операций остаться только число 19?
2. Семь грибников собрали вместе 100 грибов.
(а) Обязательно ли найдутся два грибника, собравшие вместе не менее чем 36 грибов, если количества грибов, собранных каждым, попарно различаются?
(б) Обязательно ли найдутся три грибника, собравшие вместе не менее чем 42 грибов, если количества грибов, собранных каждым, попарно различаются?
3. В пять горшочков, стоящих в ряд, Кролик налил три килограмма мёда (не обязательно в каждый и не обязательно поровну). Винни-Пух может взять любые два горшочка, стоящие рядом. Какое наибольшее количество мёда сможет гарантированно съесть Винни-Пух?
4. На шахматной доске 8×8 стоит кубик (нижняя грань совпадает с одной из клеток доски). Его прокатили по доске, перекатывая через рёбра, так, что кубик побывал на всех клетках (на некоторых, возможно, несколько раз). Могло ли случиться, что одна из его граней ни разу не лежала на доске?
5. Прямая раскрашена в два цвета. Докажите, что на ней найдутся три точки A, B и C , окрашенные в один цвет такие, что точка B является серединой отрезка AC .
6. Расставьте знаки $+, -, \times, :$ и скобки, где это необходимо, чтобы равенство стало верным
$$8 \quad 8 \quad 3 \quad 3 = 24.$$
7. Назовём натуральное число хорошим, если среди его делителей есть ровно два простых числа. Могут ли 18 подряд идущих натуральных чисел быть хорошими?