

Доказательство от противного

7–8 класс

5.09.17

1. В компании из семи мальчиков каждый имеет среди остальных не менее трёх братьев. Докажите, что все семеро — братья.
2. На первом кружке по математике для 7–8 классов учащиеся 8 класса решили больше задач, чем учащиеся 7 класса, а девочки — больше, чем мальчики. Докажите, что на кружок в тот день пришла хотя бы одна восьмиклассница.
3. Можно ли в прямоугольной таблице 5×10 так расставить числа, чтобы сумма чисел каждой строки равнялась бы 30, а сумма чисел каждого столбца равнялась бы 10?
4. Квадрат 8×8 разрезали по линиям сетки на 11 прямоугольников таким образом, что длина каждой стороны любого прямоугольника не меньше, чем две клетки. Докажите, что среди этих прямоугольников есть квадрат.
5. На шахматной доске 8×8 расставлено 8 не бьющих друг друга ферзей. Докажите, что в каждом угловом квадрате 4×4 находится хотя бы один ферзь.
6. На кружке по математике в листике было 5 задач. Все ученики, кроме Ани, решили одинаковое число задач, а Аня — на одну больше. Первую задачу решили 9 человек, вторую — 7 человек, третью — 5 человек, четвёртую — 3 человека, пятую — 1 человек. Сколько человек решило хотя бы четыре задачи?
7. Гриша за одну неделю получил 17 оценок (каждая из них — 2, 3, 4 или 5). Среднее арифметическое этих 17 оценок — целое число. Докажите, что какую-то оценку он получил не более двух раз.
8. Можно ли 100 гирь массами 1, 2, 3, ..., 99, 100 разложить на 10 кучек разной массы так, чтобы выполнялось условие: чем тяжелее кучка, тем меньше в ней гирь?
9. На поляне пасутся 150 коз. Поляна разделена изгородами на несколько участков. Ровно в полдень некоторые козы перепрыгнули на другие участки. Пастух подсчитал, что на каждом участке количество коз изменилось, причём ровно в семь раз. Докажите, что он ошибся.
10. Среди любых десяти из шестидесяти ребят найдутся трое одноклассников. Докажите, что среди всех них найдутся 15 одноклассников.