

Разбиение на пары

5–6 класс

4.05.2018

- (а) На доске 25×25 расставлены 25 шашек, причём их расположение симметрично относительно диагонали. Докажите, что одна из шашек расположена на диагонали.

(б) В каждой клетке квадратной таблицы размером 25×25 записано одно из чисел $1, 2, 3, \dots, 25$. При этом, во-первых, каждое число записано ровно 25 раз, и во-вторых, в клетках, симметричных относительно главной диагонали, записаны равные числа. Докажите, что числа на главной диагонали попарно различны.
- Автобусные билеты имеют номера от 000000 до 999999. Имеются билеты со всевозможными номерами, каждый билет встречается один раз. Каких билетов больше: с номерами, в которых каждая цифра больше предыдущей или с номерами, в которых каждая цифра меньше предыдущей?
- На окружности расставлены 10 натуральных чисел, сумма которых равна 101. Сколькими способами можно выбрать из них 5 подряд идущих чисел, сумма которых больше пятидесяти?
- В магазине есть сувениры 20 разных видов. Василиса решила сосчитать, сколько она может подарить разных подарков из 7 различных сувениров, а Надя решила сосчитать, сколько она может подарить разных подарков из 13 различных сувениров. У кого из них получится больше вариантов?
- (а) Решая числовой ребус ДВА + ТРИ = ПЯТЬ Вася получил 177 возможных решений. Докажите, что Вася нашел не все решения ребуса.

(б) Подумав, Вася нашел еще одно решение. Докажите, что и теперь Вася нашел не все решения.
- В одном доме живут 9 мальчиков и одна девочка. Назовем *компанией* любую группу, состоящую из хотя бы двух детей из этого дома. Каких компаний больше и на сколько: с девочкой или без девочки?
- 25 мальчиков и несколько девочек собрались на вечеринке и обнаружили забавную закономерность. Если выбрать любую группу не меньше чем из 10 мальчиков, а потом добавить к ним всех девочек, знакомых хотя бы с одним из этих мальчиков, то в получившейся группе число мальчиков окажется на 1 меньше, чем число девочек. Докажите, что некоторая девочка знакома не менее чем с 16 мальчиками.