

## Подсчёт двумя способами

5–6 класс

20.04.2018

1. Можно ли в клетки квадрата  $10 \times 10$  поставить некоторое количество звёздочек так, чтобы в каждом квадрате  $2 \times 2$  было ровно две звёздочки, а в каждом прямоугольнике  $3 \times 1$  ровно одна звёздочка? (В каждой клетке может стоять не более одной звёздочки.)
2. Прямоугольник разрезали двумя вертикальными и двумя горизонтальными разрезами на 9 прямоугольников. Оказалось, что периметр каждого из получившихся прямоугольников — целое число метров. Обязательно ли периметр исходного прямоугольника — целое число метров?
3. У марсиан бывает либо 3 руки, либо 5 рук. Однажды все марсиане взялись за руки так, что свободных рук не осталось. Могло ли количество марсиан быть равно 2017?
4. Можно ли в таблице  $5 \times 5$  расставить натуральные числа так, чтобы сумма чисел ровно в трёх столбцах чётной, а сумма чисел ровно в трёх строках — нечётной?
5. В Цветочном городе живет 2018 жителей. Когда встречаются два жителя, один отдает другому монету в 10 копеек, а тот ему — 2 монеты по 5 копеек. Могло ли случиться так, что за день каждый из жителей города отдал ровно 10 монет?
6. Футбольный мяч сшит из 32 лоскутков: белых шестиугольников и черных пятиугольников. Каждый черный лоскут граничит только с белыми, а каждый белый — с 3 черными и 3 белыми. Сколько лоскутков белого цвета?
7. На доске написано несколько натуральных чисел с суммой 100.  
(а) Артём посчитал сколько на доске написано чисел и записал результат. Затем Артём посчитал, сколько чисел, больших 1, было выписано на доску и также записал результат. Потом он посчитал, сколько чисел, больших 2, первоначально было выписано на доске и записал результат. И так далее. . . Докажите, что сумма выписанных Артемом чисел также равна 100.  
(б) Вася проделал те же операции, но только с числами Артёма. Докажите, что у Васи получился первоначальный набор чисел.