

Принцип крайнего

5–6 класс

16.03.18

1. Собрались несколько рыцарей и лжецов, все разного роста (рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут). Каждый заявил: «Среди тех, кто выше меня, есть лжецы». Сколько лжецов могло быть среди них?
2. Шахматная доска разбита на домино. Докажите, что найдется пара домино, образующая квадрат из 4 клеток.
3. 8 грибников собрали 37 грибов. Известно, что никакие двое не собрали грибов поровну и каждый нашёл хотя бы один гриб. Докажите, что какие-то двое из них собрали больше, чем какие-то пятеро.
4. (а) По кругу выписано несколько натуральных чисел, каждое из которых не превосходит одного из соседних с ним. Докажите, что среди этих чисел точно есть хотя бы два равных.
(б) По кругу выписано несколько чисел, каждое из которых равно среднему арифметическому двух соседних с ним. Докажите, что все эти числа равны.
5. Однажды в пятницу на математическом кружке побывало 30 учеников, причём если ученик уходил с занятия, то больше на него не возвращался. Оказалось, что среди любых трёх учеников какие-то двое на кружке встретились. Докажите, что преподаватель мог сделать важное сообщение не более двух раз, чтобы его услышали все ученики.
6. В космическом пространстве летают 2017 астероидов, на каждом из которых сидит астроном. Все расстояния между астероидами различны. Каждый астроном наблюдает за ближайшим астероидом. Докажите, что за одним из астероидов никто не наблюдает.
7. На конгресс собрались учёные, среди которых есть друзья. Оказалось, что каждые два из них, имеющие на конгрессе равное число друзей, не имеют общих друзей. Доказать, что найдётся учёный, который имеет ровно одного друга из числа участников конгресса.