

Доказательство от противного

5–6 класс

19.01.18

1. В вершинах куба расставлены цифры 1, 2, ..., 8. Докажите, что есть ребро, цифры на концах которого отличаются не менее, чем на 3.
2. За круглым столом сидят 25 мальчиков и 25 девочек. Докажите, что у кого-то из сидящих за столом оба соседа — мальчики.
3. В турнире по игре в «крестики–нолики», проведённом по системе «проиграл–выбыл», участвовали 18 школьников. Каждый день играли одну партию, участников которой выбирали жребием из ещё не выбывших школьников. Каждый из шестерых школьников утверждает, что сыграл ровно четыре партии. Не ошибается ли кто-то из них?
4. Состоялся матч по футболу 10 на 10 игроков между командой лжецов (которые всегда лгут) и командой правдолюбов (которые всегда говорят правду). После матча каждого игрока спросили: «Сколько голов ты забил?» Некоторые участники матча ответили «один», Миша сказал «два», некоторые ответили «три», а остальные сказали «пять». Лжёт ли Миша, если правдолюбы победили со счётом 20 : 17?
5. В автобусе едут 20 пассажиров, и у каждого много монет по 10, 15 и 20 копеек. Каждый должен заплатить 5 копеек. Могут ли они сделать это, используя (в том числе и для обмена между собой)
(а) 24 монеты; (б) 25 монет?
6. Среди любых десяти из шестидесяти ребят найдутся трое одноклассников. Докажите, что среди всех них найдутся 15 одноклассников.