

# Диагональная раскраска

5–6 класс

12.12.17

1. Можно ли замостить доску  $10 \times 10$  полосками  $1 \times 4$ ?
2. На доске  $10 \times 10$  для «морского боя» стоит 4-палубный корабль. Какое наименьшее число выстрелов необходимо сделать, чтобы наверняка ранить его?
3. Квадрат  $8 \times 8$  клеток выкрашен в белый цвет. Разрешается выбрать в нём любой прямоугольник из трёх клеток и перекрасить все их в противоположный цвет (белые в чёрный, чёрные — в белый). Удастся ли несколькими такими операциями перекрасить весь квадрат в чёрный цвет?
4. В таблице  $8 \times 8$  расставлены числа, как показано на рисунке. Разрешается прибавить по 1 к числам в 8 клетках, которые располагаются в виде прямоугольника  $2 \times 4$ , или к числам в 4 клетках, которые располагаются в виде прямоугольника  $1 \times 4$ . Можно ли сделать все числа одинаковыми?

2	1	2	1	2	1	2	2
3	2	3	2	3	2	2	2
2	1	1	1	3	1	2	1
3	2	3	2	2	2	3	2
2	2	2	1	2	1	2	1
3	2	3	2	3	2	3	2
2	1	2	1	2	1	2	1
3	2	3	2	3	2	3	2

5. (а) Из доски  $5 \times 5$  вырезали одну клетку так, что остаток можно разрезать на прямоугольники  $3 \times 1$ . Укажите все клетки, которые могут быть вырезаны и докажите, что других нет.  
 (б) Из доски  $8 \times 8$  вырезали угловую клетку. Можно ли оставшуюся часть разрезать на прямоугольники  $3 \times 1$ ?  
 (в) Из доски  $8 \times 8$  вырезали одну клетку так, что остаток можно разрезать на прямоугольники  $3 \times 1$ . Укажите все клетки, которые могут быть вырезаны и докажите, что других нет.