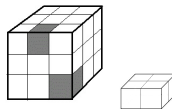


Матрасная раскраска

5–6 класс

05.12.17

1. В каждой клетке доски размером 5×5 сидит жук. По свистку каждый из жуков переползает в одну из соседних по диагонали клеток. При этом в некоторых клетках может оказаться больше одного жука, а некоторые клетки окажутся незанятыми. Докажите, что при этом незанятых клеток будет не меньше 5.
2. В левый нижний угол шахматной доски 8×8 поставлено в форме квадрата 3×3 девять фишек. Фишка может прыгать на свободное поле через рядом стоящую фишку, то есть симметрично отражаться относительно её центра (прыгать можно по вертикали, горизонтали и диагонали). Можно ли за некоторое количество таких ходов поставить все фишки вновь в форме квадрата 3×3 , но в правом верхнем углу.
3. Все поля шахматной доски 8×8 покрыли 32 косточками домино (каждая косточка закрывает в точности два поля). Докажите, что число вертикально лежащих косточек чётно.
4. Можно ли замостить доску 10×10 фигурками из 4 клеточек в виде буквы «Г»?
5. Дан куб $3 \times 3 \times 3$, разделенный на 27 кубиков $1 \times 1 \times 1$. В каждом незакрашенном маленьком кубике стоит число 0, а в покрашенном — 1. Разрешается выбрать 4 кубика, у которых есть общее ребро, и в каждом из них к числу прибавить по 1. Можно ли сделать так, чтобы все числа стали равными?



6. В таблице 8×8 вырезали угловые клетки, а потом расставили числа как показано на рисунке. За одну операцию разрешается добавлять по единице в 4 клетки, расположенные в виде крестика (см. рис). Можно ли такими операциями получить одинаковые числа во всех клетках?

	2	2	2	2	2	2	2	
2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	1	1	1	1	1	1	1	2
2	1	1	1	1	1	1	1	2
2	1	1	1	1	1	1	1	2
2	2	2	1	1	1	2	2	2
2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	2	2	2	2

