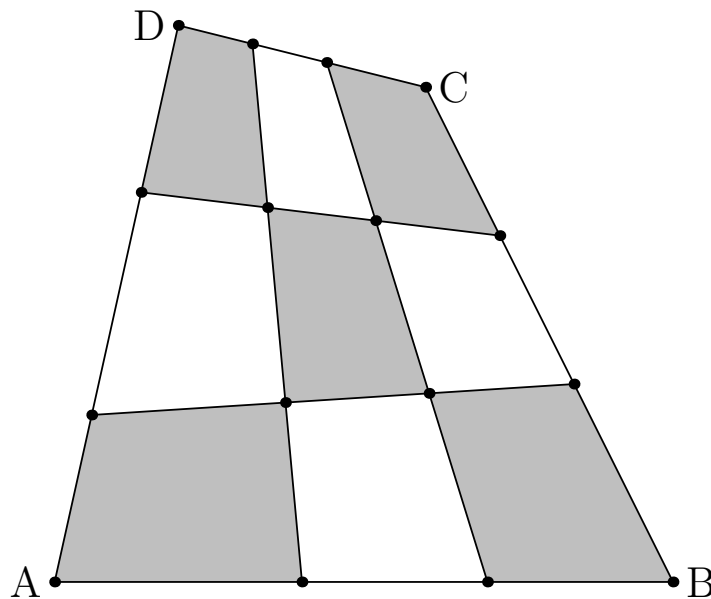


Серия 6^{1/2}. Дополнительный листик.



1. Пять закрашенных четырёхугольников на картинке — описанные. Докажите, что $ABCD$ — описанный.
2. На прямой ℓ зафиксированы точки A, B, C, D . Через точки A и B проводится пара параллельных прямых, через точки C и D проводится другая пара параллельных прямых. Эти две пары прямых образуют параллелограмм. Докажите, что диагонали полученных таким образом параллелограммов (или их продолжения) пересекают прямую ℓ в двух точках, не зависящих от выбора пар прямых.
3. Пусть A', B', C' — точки касания вневписанных окружностей треугольника ABC с отрезками BC, CA, AB соответственно. Через точки A', B', C' провели прямые, соответственно параллельные биссектрисам углов при вершинах A, B, C треугольника. Докажите, что эти прямые пересекаются в одной точке.
4. Вписанная в неравносторонний треугольник ABC окружность имеет центр I и касается его сторон BC, CA, AB в точках A_1, B_1, C_1 соответственно. Докажите, что отличная от A_1I общая внутренняя касательная окружностей, вписанных в четырёхугольники BA_1IC_1 и CA_1IB_1 , проходит через вершину A .
5. На стороне BC треугольника ABC отметили точки X и Y . Докажите, вторая общая внешняя касательная вписанных в треугольники ABX и AY окружностей пересекает вторую общую внешнюю касательную вписанных в треугольники ACX и ABY окружностей на прямой BC (либо все три прямые параллельны).