

Полуправильный тетраэдр

В течение нескольких занятий мы займемся тетраэдрами, обладающими специальными свойствами.

Определение. *Тетраэдр называется полуправильным, если каждое его ребро равно противоположному ребру.*

Почему такой тетраэдр существует? [Например, **правильный** тетраэдр является полуправильным] Другое название полуправильного тетраэдра – **равногранный**. Почему это так – см. 1а.

Упражнения и задачи для самостоятельного решения

1. Докажите, что тетраэдр является полуправильным тогда и только тогда, когда:
 - а) все его грани – равные треугольники;
 - б) одна из его разверток является остроугольным треугольником с проведенными в нем средними линиями;
 - в) равны суммы плоских углов при каждой вершине;
 - г) все его грани – остроугольные треугольники с равными радиусами описанных окружностей;
 - д) его бимедианы попарно перпендикулярны;
 - е) его описанный параллелепипед – прямоугольный;
 - ж) его бимедианы перпендикулярны ребрам, середины которых они соединяют;
 - з) все его грани равновелики;
 - и) равны все его высоты;
 - к) центры его описанной и вписанной сфер совпадают;
 - л) его центроид совпадает с центром описанной сферы;
 - м) его центроид совпадает с центром вписанной сферы;
2. Докажите, что тетраэдр является равногранным, если:
 - а) сумма плоских углов при двух его вершинах равна 180° и два противоположных ребра равны;
 - б) сумма плоских углов при одной из его вершин равна 180° и равны две пары противоположных ребер.
3. Ребра равногранного тетраэдра равны a , b и c . Найдите: а) радиус его описанной сферы; б) его объем.
4. Докажите, что в равногранном тетраэдре:
 - а) центры четырех невписанных сфер лежат на описанной сфере и являются вершинами тетраэдра, равного исходному;
 - б) радиус невписанной сферы в два раза больше радиуса вписанной сферы.