

Дискретная непрерывность

1. В ряд лежит 100 правых и 100 левых сапог. Докажите, что можно выбрать некоторые 100 подряд идущих сапог, что среди них поровну левых и правых.
2. Существуют ли сто последовательных натуральных чисел, среди которых ровно пять простых?
3. В некоторых клетках таблицы 50×50 расставлены числа $+1$ и -1 таким образом, что сумма всех чисел в таблице по абсолютной величине не превосходит 100. Докажите, что в некотором квадрате 25×25 сумма чисел по абсолютной величине не превосходит 25.
4. На плоскости отмечено 2017 точек. Обязательно ли существует круг, внутри которого лежит ровно 100 из них?
5. По кругу стоят n мальчиков и n девочек. Назовем пару из мальчика и девочки хорошей, если на одной из дуг между ними стоит поровну мальчиков и девочек (в частности, стоящие рядом мальчик и девочка образуют хорошую пару). Оказалось, что есть девочка, которая участвует ровно в 10 хороших парах. Докажите, что есть и мальчик, который участвует ровно в 10 хороших парах.
6. На плоскости есть 200 красных и 200 синих точек общего положения (никакие 3 не лежат на одной прямой). Всегда ли можно провести какую-то прямую так, что слева и справа от неё лежит по 100 синих и 100 красных точек?

Дискретная непрерывность

1. В ряд лежит 100 правых и 100 левых сапог. Докажите, что можно выбрать некоторые 100 подряд идущих сапог, что среди них поровну левых и правых.
2. Существуют ли сто последовательных натуральных чисел, среди которых ровно пять простых?
3. В некоторых клетках таблицы 50×50 расставлены числа $+1$ и -1 таким образом, что сумма всех чисел в таблице по абсолютной величине не превосходит 100. Докажите, что в некотором квадрате 25×25 сумма чисел по абсолютной величине не превосходит 25.
4. На плоскости отмечено 2017 точек. Обязательно ли существует круг, внутри которого лежит ровно 100 из них?
5. По кругу стоят n мальчиков и n девочек. Назовем пару из мальчика и девочки хорошей, если на одной из дуг между ними стоит поровну мальчиков и девочек (в частности, стоящие рядом мальчик и девочка образуют хорошую пару). Оказалось, что есть девочка, которая участвует ровно в 10 хороших парах. Докажите, что есть и мальчик, который участвует ровно в 10 хороших парах.
6. На плоскости есть 200 красных и 200 синих точек общего положения (никакие 3 не лежат на одной прямой). Всегда ли можно провести какую-то прямую так, что слева и справа от неё лежит по 100 синих и 100 красных точек?