

Серия 32. Усреднение

1. По кругу стоят 16 натуральных чисел, сумма которых равна 93. Докажите, что найдутся 5 подряд стоящих чисел, сумма которых не меньше 30.

2. Во взводе 10 человек. В каждый из 100 дней какие-то четверо назначались дежурными. Докажите, что какие-то двое были вместе на дежурстве не менее 14 раз.

3. В классе 20 детей. Каждый день какие-то пары из них при встрече пожимают друг другу руки, а какие-то нет. Известно, что всего за месяц было совершено 2015 рукопожатий. Докажите, что можно выделить группу из 7 человек так, чтобы между детьми из этой группы было совершено не менее 211 рукопожатий.

4. Есть два ожерелья, в каждом ожерелье по 100 чёрных и 100 белых бусинок. Оксана хочет приложить второе ожерелье к первому (разрешается поворачивать и переворачивать) так, чтобы как можно больше бусинок совпало по цвету. Какое число совпадающих бусинок Оксана может гарантированно получить?

5. На плоскости отмечено 40 точек. Петя аккуратно посчитал площади всех треугольников с вершинами в этих точках. Сумма этих площадей равна 9. Докажите, что можно стереть половину точек так, чтобы суммарная площадь оставшихся треугольников была не менее 1.

6. На столе лежат 5 часов со стрелками. Разрешается любые несколько из них перевести вперед. Для каждого часа время, на которое при этом их перевели, назовем временем перевода. Требуется все часы установить так, чтобы они показывали одинаковое время. За какое наименьшее суммарное время перевода это можно гарантированно сделать?

7. У каждого из жителей города N знакомые составляют не менее 30% населения города. Житель идёт на выборы, если баллотируется хотя бы один из его знакомых. Докажите, что можно так провести выборы мэра города из двух кандидатов, что в них примет участие не менее половины жителей.

8. Докажите, что можно покрасить рёбра полного графа на $n > 2$ вершинах в два цвета, чтобы одноцветных треугольников было меньше четверти.

Серия 32. Усреднение

1. По кругу стоят 16 натуральных чисел, сумма которых равна 93. Докажите, что найдутся 5 подряд стоящих чисел, сумма которых не меньше 30.

2. Во взводе 10 человек. В каждый из 100 дней какие-то четверо назначались дежурными. Докажите, что какие-то двое были вместе на дежурстве не менее 14 раз.

3. В классе 20 детей. Каждый день какие-то пары из них при встрече пожимают друг другу руки, а какие-то нет. Известно, что всего за месяц было совершено 2015 рукопожатий. Докажите, что можно выделить группу из 7 человек так, чтобы между детьми из этой группы было совершено не менее 211 рукопожатий.

4. Есть два ожерелья, в каждом ожерелье по 100 чёрных и 100 белых бусинок. Оксана хочет приложить второе ожерелье к первому (разрешается поворачивать и переворачивать) так, чтобы как можно больше бусинок совпало по цвету. Какое число совпадающих бусинок Оксана может гарантированно получить?

5. На плоскости отмечено 40 точек. Петя аккуратно посчитал площади всех треугольников с вершинами в этих точках. Сумма этих площадей равна 9. Докажите, что можно стереть половину точек так, чтобы суммарная площадь оставшихся треугольников была не менее 1.

6. На столе лежат 5 часов со стрелками. Разрешается любые несколько из них перевести вперед. Для каждого часа время, на которое при этом их перевели, назовем временем перевода. Требуется все часы установить так, чтобы они показывали одинаковое время. За какое наименьшее суммарное время перевода это можно гарантированно сделать?

7. У каждого из жителей города N знакомые составляют не менее 30% населения города. Житель идёт на выборы, если баллотируется хотя бы один из его знакомых. Докажите, что можно так провести выборы мэра города из двух кандидатов, что в них примет участие не менее половины жителей.

8. Докажите, что можно покрасить рёбра полного графа на $n > 2$ вершинах в два цвета, чтобы одноцветных треугольников было меньше четверти.