Кружок в "Хамовниках". 2017-2018 учебный год. 9 класс. Группа 9-2.

Серия 50. Разнобой

1. Проекция треугольника на две заданные перпендикулярные оси x,y не преывашют 1 и 2 соответственно. Докажите, что его площадь не более 1.

2. Двое играют в игру. Первый пишет любую ненулевую цифру, второй умножает ее на любую цифру так, чтобы получилось большее число, и так продолжается, пока кто-нибудь не получит число больше миллиарда – тогда он проиграл. Докажите, что первый всегда может выиграть.

3. Сумма нескольких натуральных чисел равна 2017. Найдите максимально возможное их произведение.

4. Докажите, что сумма

$$\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{2n+1}$$

не является целым числом.

5. Пусть a, b, c, d - положительные числа. Докажите неравенство

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{4}{c}+\frac{16}{d} \geq \frac{64}{a+b+c+d}$$

6. При составлении олимпиады для каждой из параллелей 5–11 классов требуется подготовить по 15 задач, при этом у любых двух параллелей может быть не более пяти общих задач. Какое наименьшее количество задач нужно подготовить?

Кружок в "Хамовниках". 2017-2018 учебный год. 9 класс. Группа 9-2.

Серия 50. Разнобой

1. Проекция треугольника на две заданные перпендикулярные оси x,y не преывашют 1 и 2 соответственно. Докажите, что его площадь не более 1.

2. Двое играют в игру. Первый пишет любую ненулевую цифру, второй умножает ее на любую цифру так, чтобы получилось большее число, и так продолжается, пока кто-нибудь не получит число больше миллиарда – тогда он проиграл. Докажите, что первый всегда может выиграть.

3. Сумма нескольких натуральных чисел равна 2017. Найдите максимально возможное их произведение.

4. Докажите, что сумма

$$\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{2n+1}$$

не является целым числом.

5. Пусть a, b, c, d - положительные числа. Докажите неравенство

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{4}{c}+\frac{16}{d} \geq \frac{64}{a+b+c+d}$$

6. При составлении олимпиады для каждой из параллелей 5–11 классов требуется подготовить по 15 задач, при этом у любых двух параллелей может быть не более пяти общих задач. Какое наименьшее количество задач нужно подготовить?