

Серия 38. Разной

1. Существует ли число, в десятичной записи квадрата которого имеется последовательность цифр 2018?

2. Какие треугольники можно разрезать на 4 равнобедренных треугольника?

3. Сумма неотрицательных чисел x , y и z равна 1. Докажите неравенство $xy + yz + 2zx \leq \frac{1}{2}$.

4. В стране есть автомобильные и железнодорожные дороги. Причем из любого города можно попасть в любой другой (возможно с пересадками). Оказалось, что из любого города выходит столько же автомобильных дорог, сколько и железнодорожных. Докажите, пожалуйста, что из любого города можно добраться в любой другой чередуя дороги (не проезжая по одной дороге дважды).

5. Многочлен $x^{2018} + y^{2018}$ записали как многочлен от $a = x + y$, $b = xy$. Какова его сумма коэффициентов?

6. Пусть f - непостоянный многочлен с целыми коэффициентами. Докажите, что среди простых делителей чисел $f(1), f(2), f(3) \dots$ найдется число, большее миллиона.

7. В некотором государстве сложение и вычитание обозначаются знаками «!» и «?», но вам неизвестно, какой знак какой операции соответствует. Каждая операция применяется к двум числам, но про вычитание вам неизвестно, вычитается левое число из правого или правое из левого. К примеру, выражение $a?b$ обозначает одно из следующих: $a-b$, $b-a$ или $a+b$. Вам неизвестно, как записываются числа в этом государстве, но переменные a , b и скобки есть и используются как обычно. Объясните, как с помощью них и знаков «!», «?» записать выражение, которое гарантированно равно $20a-18b$?

Серия 38. Разной

1. Существует ли число, в десятичной записи квадрата которого имеется последовательность цифр 2018?

2. Какие треугольники можно разрезать на 4 равнобедренных треугольника?

3. Сумма неотрицательных чисел x , y и z равна 1. Докажите неравенство $xy + yz + 2zx \leq \frac{1}{2}$.

4. В стране есть автомобильные и железнодорожные дороги. Причем из любого города можно попасть в любой другой (возможно с пересадками). Оказалось, что из любого города выходит столько же автомобильных дорог, сколько и железнодорожных. Докажите, пожалуйста, что из любого города можно добраться в любой другой чередуя дороги (не проезжая по одной дороге дважды).

5. Многочлен $x^{2018} + y^{2018}$ записали как многочлен от $a = x + y$, $b = xy$. Какова его сумма коэффициентов?

6. Пусть f - непостоянный многочлен с целыми коэффициентами. Докажите, что среди простых делителей чисел $f(1), f(2), f(3) \dots$ найдется число, большее миллиона.

7. В некотором государстве сложение и вычитание обозначаются знаками «!» и «?», но вам неизвестно, какой знак какой операции соответствует. Каждая операция применяется к двум числам, но про вычитание вам неизвестно, вычитается левое число из правого или правое из левого. К примеру, выражение $a?b$ обозначает одно из следующих: $a-b$, $b-a$ или $a+b$. Вам неизвестно, как записываются числа в этом государстве, но переменные a , b и скобки есть и используются как обычно. Объясните, как с помощью них и знаков «!», «?» записать выражение, которое гарантированно равно $20a-18b$?