

1. В кинотеатре 7 рядов по 10 мест каждый. Группа из 50 детей сходилa на утренний сеанс, а потом на вечерний. Докажите, что найдутся двое детей, которые на утреннем сеансе сидели в одном ряду и на вечернем тоже сидели в одном ряду.

2. На стороне АВ прямоугольника ABCD выбрана точка М. Через эту точку проведён перпендикуляр к прямой CM, который пересекает сторону AD в точке E. Точка Р - основание перпендикуляра, опущенного из точки М на прямую CE. Найдите угол APB.

3. Докажите, что существует многоугольник, который можно разделить отрезком на две равные части так, что этот отрезок разделит одну из сторон многоугольника пополам, а другую в отношении 2:1.

4. У каждого жителя города Тьмутаракань есть свои тараканы, не у всех поровну. Два таракана являются товарищами, если у них общий хозяин (в частности, каждый таракан сам себе товарищ). Что больше: среднее количество тараканов, которыми владеет житель города, или среднее количество товарищей у таракана?

5. В каждой клетке квадрата 101×101 стоит один из двух знаков: "поворот" или "прямо". Машинка может въехать извне в любую клетку на границе квадрата (под прямым углом к границе). Если машинка попадет в клетку со знаком прямо, то она продолжает ехать в том же направлении, что и ехала. Если попадет в клетку со знаком поворот, то поворачивает на 90° в любую сторону по своему выбору. В центральной клетке квадрата спрятаны сокровища. Можно ли расставить знаки так, чтобы у машинки не было возможности попасть в центральную клетку?

6. Назовем последовательности натуральных чисел **интересной**, если каждый её член, кроме первого является средним арифметическим, либо средним геометрическим двух соседних с ним членов. Сеня начал последовательность с трёх членов, образующих геометрическую прогрессию. Он хотел бы продолжить свою последовательность до бесконечной - **интересной** последовательности, которая ни с какого момента не является ни геометрической, ни арифметической прогрессией. Может ли оказаться, что этого сделать нельзя?

7. На окружности расставлено 1001 число, каждое из которых равно +1 или -1, причём не все числа одинаковые. Рассмотрим всевозможные десятки подряд идущих чисел. Найдём произведения чисел в каждом десятке и сложим их. Какая наибольшая сумма может получиться?

8. Назовем усложнением числа приписывание к нему одной цифры в начало, в конец или между любыми двумя его цифрами. Существует ли натуральное число, из которого невозможно получить полный квадрат с помощью ста усложнений?

9. У Васи есть 100 банковских карточек. Вася знает, что на одной из карточек лежит 1 рубль, на другой — 2 рубля, и так далее, на последней — 100 рублей, но не знает, на какой из карточек сколько денег. Вася может вставить карточку в банкомат и запросить некоторую сумму. Банкомат выдает требуемую сумму, если она на карточке есть, не выдает ничего, если таких денег на карточке нет, а карточку съедает в любом случае. При этом банкомат не показывает, сколько денег было на карточке. Какую наибольшую сумму Вася может гарантированно получить?